
EX·LIBRIS·LIECHTENSTEINIANIS·

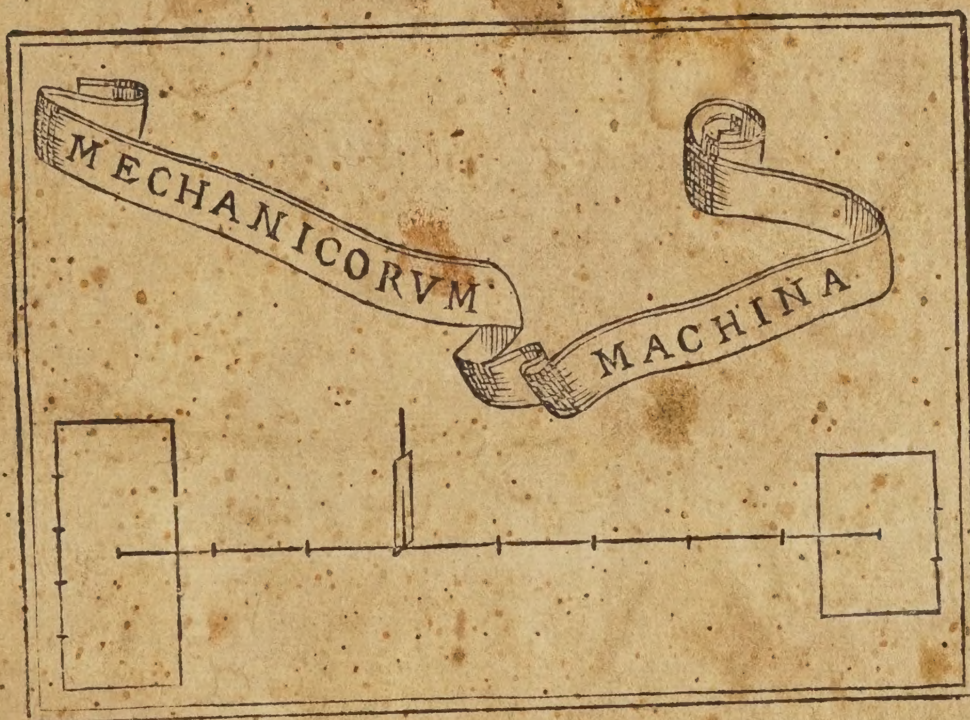

AQUILA NON CAPTAT MUSCAS
STILLMAN DRAKE

GVIDIVBALDI E MARCHIONIBVS MONTIS

IN DVOS ARCHIMEDIS ÆQVEPONDERANTIVM LIBROS

PARAPHRASIS

Scholijs illustrata.



PISAVRI

Apud Hieronymum Concordiam,

M D LXXXVIII.

Superiorum Concessu.

Erratorum quorundam restitutio.

Pagina 8, versu 18, Archimedes. ¶ 10, 7, sione. ¶ 18, 20, conducenti. ¶ 21, 14, per discere ipsum. ¶ 39, 25, hoc est AB. ¶ 43, 19, lineam. ¶ 47, 20, cúm inquit, ¶ 63, 20, GD DK in. ¶ 65, 21, DC. Ibidem, 27, ex DC. ¶ 67, 29, in maiori. ¶ 69, in postil: ex proxima propositione. ¶ 70, 5, vt NL ¶ 73, 1, de his, vel. ¶ 84, 8, AE EB CF FD. ¶ 90, 17, totus. ¶ 98, 1, quam VH· Ibidem, 7, aufertur. ¶ 117, 21, reposuit. ¶ 124, 19, sectionē, ¶ 140, 1, æquidistātes· ¶ 143, 11, est CH. ¶ 147, 3, cūEK ad EK, vt. Ibide, 25, ita S 9, ad Y α ¶ 149, 19, ad χν. Ibidem, 25, est, vt OR. Ibidem, 27, LΓ, vt OR ad. Ibidem, 31, vt OR ad ζδ. Ibidem, 32, vt δξ ad ξζ. Ibidem, 34, BD ad Bσ, ita. Ibidem, 35, fit BD ad Dν Ibidem, 36, BD ad Dν Bσ. ¶ 150, 5, vt OR ad Oξ. ¶ 153, 13, ræ, vt. ¶ 157, in postill ante 15, primi Ibidem, 17, maiorem. ¶ 161, 24, erit KH. ¶ 167, 24, efficax. ¶ 170, 1, ipsius AC erit· ¶ 181, 36, ex dupla ipsius AB, ¶ 191, 21, erunt. Ibidem, 22, DKG æquales.

R E G I S T R V M.

⁂ A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z, A A B B.

Omnes duerniones, præter, BB, ternionem.

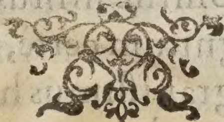
P I S A V R I.

Apud Hieronymum Concordiam,

M. D. LXXXVII.

SERENISSIMO FRANC.CO MARIAE II. VRBINI DVCI.

GVIDVSVBALDVS E' MARCHIONIBVS MONTIS S.

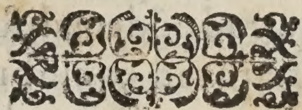




AM decemnium elapsum est, DVX Serenissime, ex quo de rebus machanicis volumen, veras (ni fallor) mirabilium mechanicorum effectuum causas manifestans, in lucem dedi; vbi nonnulla antiquiora, præcipuaq; illustrium græcorum authorum placita ad susceptum negotium pertinentia, tanquam rectę rationi magis consentanea amplexatus sum. quibus sanè, tanquam solidissimis innixa fundamentis, theoremata multa, ac varia construxi. quippe quæ, licet non inualidis quoque demonstrationum præsidijs à me ipso munita fuerint; plerisquè tamen, qui non admodum fortasse in huiusmodi rerum causis inuestigandis versati existunt, noua prorsus (vt accepi) ac fermè inaudita, nec satis (vt opinor) apud eos firma, atque ideo illis non omnino satisfecisse, visa sunt. Quocirca cogitanti mihi, qua ratione fieri posset, vt opus illud à me editum, quàmplurimorum sibi gratiam in dies magis conciliaret, in mentem venit, non aliunde id mihi oportuniùs cō tingere potuisse, quàm si priscos ipsos, & grauissimos alioqui authores de hac re elegantissimè disserentes illis offerrem. ratus, vt solidissimâ eorum doctrinâ, quæ à me proposita, & ex-

plicata fuere theoremata, firmiora redderentur. simulquè alio rum ambiguitati, ne dicam imbecillitati succurreretur. vel saltem ipsi grauissima eorum authoritate nonnullorum captiuarent intellectum, in obsequium meliùs, rectiùsquè sentientiũ, atque intelligentium. Nihil enim tam, aut à consuetudine, aut ab opinione remotum esse solet, quod sola authoritate probari non possit. Verùm ne huiusmodi negotium in recensendis multorum ad propositam veritatem confirmandam testimonijs latiùs, quàm par esset, protraheretur; mihi constitui, ex multis vnicum tantùm, eumquè reliquorum omnium hac in parte facilè principem deligere: qui, & meam causam tueretur: & illis, si fieri posset, satisfaceret: vtquè coràm illis ipse se offerens, tanquam meo quoque nomine missus intelligeretur; quibusdam meis notis non insignitum certè, sed associatum eundem prodire volui. Est autem grauissimus hic author Syracusius ille Archimedes de mechanicis elementis consultissimè differens. cuius nimirum dignitati, atque authoritati, vt omnes probè à me consultum intelligerent; decreui, vt quemadmodum inter alios illius ordinis viros primatum obtinet, ita nulli alij, quàm amplitudini tuę, DVX Serenissime, hac nostra ętate, doctrina, rerumquè omnium cognitione singulari, citra controuersiam Principi supremo, suum in primis hoc tempore præstaret obsequium. quod incredibili sanè animi mei iucunditate contigisse fateor; non solùm, vt rursum aliquam singularis meæ erga amplitudinem tuam obseruantiæ, ac venerationis, tot, tantisquè nominibus iam pridem debitę testificationem ederem; verùm etiam, vt munusculo illi meo tanto Principi audentiùs fortasse antea oblato, ne prorsus prę sua tenuitate despiceretur, opem ferret. quanquam neque id quidem, pro eximia animi tam excelsi magnitudine, suspicandum fuit. Per hunc ergo tã celebrem authorem ad te Princeps optime, ac pręstantissime lætabundus accedo. Is enim mihi, quemadmodum & ego ipsi, ad te aditum patefecisse videtur; & sicut eundem tibi lõgè gratissimum futurum confido; ita me tui amantissimum, & obseruantissimum, vt eâdem, qua consueuisti, benignitate prosequaris, oro suplex, & obsecro. Aueto dulce præsidium, ac ętatis nostræ splendidum decus; & esto perpetuò fęlix.

GVIDI VBALDI
È MARCHIONIBVS
MONTIS,



PRAEFATIO.

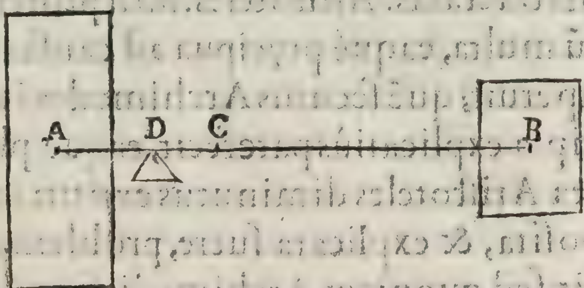


Echanica facultas nō solùm ab imperitis, verùm etiam ab eruditis admirabilis semper habita fuit; eorum enim, quę in admirationem homines trahunt, duo esse genera Aristoteles in principio suarū quęstionū Mechanicarum asseruit; quorum sanè alterum ad ea pertinet, quæ natura quidem, proximis tamen ipsorum causis latentibus in lucem prodeūt; alterum verò spectat ad ea, quę pręter naturam, & arte fiunt; quibus natura superari videtur (quamquam & ipsa plurimùm momenti ad se ipsam euincendam tunc quoque afferat) & quod naturę uiribus in lucem prodire nequit, id arte fieri contingat, ob idquè maiorem adhuc admirationem excitat, quòd ars naturę ęmula, quasi aduersus naturam pugnās, eam superet, & tanquā vim ipsi inferre videatur; cuius sanè operationis causa quoque cognita admirationem parit; cùm exigua admodum ad tanti operis productionem appareat. admirabile est sanè ipsius artis magisterium, cùm adeò potens sit, vt effectus naturę repugnantes producere tentet. quippè quibus, nisi ita sensibus subijciantur; vt tangi propemodum, & conspici possint, vix fides adhibeatur; idquè nō sine admiratione adhuc cognitum, ac persuasum nobis esse possit. huiusmodi autem mirabilium operum opifex est ipsa mechanica disciplina, tam naturę ęmula, quàm oppugnatrix valida. Hęc enim grauia proprio fermè nutu sursùm attolli, magnaquè pondera ab exigua

admodum virtute moueri, aliaquè id genus huiusmodi spectanda proponit. vt tum imperitis ex ipsorummet effectuum intuitu, tum eruditis in causarum varia contemplatione admirationem pariat. veluti si ea spectemus, quę neruis, vel aliquo mouētur instrumento; vel quę spiritibus cōcinnuntur, & fiunt; de quibus Heron, & alij pertractarunt; vel denique alijs modis. quamquam nos in ijs, quæ dicenda sunt, de ea mechanicæ facultatis parte, quæ ad pōdera, distātiasquè inter ipsa existētes pertinet, quorū status ad ęquilibrium reduci potest, verba faciemus. quæ quidē pars totius mechanicę facultatis princeps existit. ea enim est, in qua artem superare naturam apertiùs cōspicitur: quod quidem, qua ratione contingat, hinc planum euadet.

Ars quippe ex Aristotele phisicorum secundo, & ex proæmio quæstionum mechanicarum triplici modo in suis opificijs sese habere videtur. Nam vel immitatur naturam; vel ea perficit, quæ natura perficere non potest; vel denique ea, quæ pręter naturam fiunt, operatur; in quibus tamen omnibus operandi rationibus, si diligenter eas consideremus, artem semper immitari naturam perspiciemus. Primùm quidem multas artes naturam immitari aperte videmus, vt sculpturam, & huiusmodi alias. Quando autem ars ea perficit, quæ sola natura perficere non potest, vt in arte medica euenire solet; naturā ipsam pariter emulatur, & naturæ associata, velut instrumentum eius, naturalem effectum perficere dicitur: tuncquè eodē modo operatur, ac si natura rem ipsam absque artis ope perficere posset, quod planè artis præstantiam manifestat: quippè cùm nisi ars ipsi naturæ manū porrigat, natura ipsa proprios effectus perficere ex sese minimè possit. At verò si ars naturā immitando ipsam superauerit; vt ea, quæ ab arte fiunt, præter naturam eueniant, longè adhuc præstantiùs artis ingenium apparebit. siquidem immitando naturam (paradoxum id fortè videbitur, cùm tamen verissimum sit) præter naturæ ordinem operari dicatur. Ars.n. mirabili artificio naturam ipsa natura superat; ita nimirum res disponendo, vt ipsa efficeret natura, si eiusmodi sibi producendos statueret effectus. quod quidem subiecto exemplo magis perspicuum fiet.

Sint enim duo pondera AB in aliquo vecte, A maius, B minus; quorum simul ita in vecte dispositorum sit centrum grauitatis C. sit autem sub vecte inter CA fulcimentum in D.



& quoniam pondera AB penes C grauitatis centrum inclinantur; tunc C deorsum naturaliter mouebitur; ac per consequēs pōdus quoque B deorsum tendet. Sed si B deorsum mouetur; A certè sursum eleuabitur. quippe quod, quãuis, vt graue est, atque solutum absque connexione ponderis B deorsum tenderet; attamen vt adnexum ponderi B, intercedente vecte AB, sursum mouebitur: & (vt ita dicam) pondus A contra propriam naturam naturaliter ascendet. Vndè perspicuũ est, hos motus effectus esse naturales. Quid igitur efficit ars ipsa? nil sanè aliud, quàm quòd res ita disponit, & accomodat, vt similes effectus inde prodeant atque si naturales omnino existant. quare opus erit, ut Ars naturam immitetur, siquidem effectus naturales prouenire debent. propterea vectem, fulcimentumquè eodem modo disponit; & loco ponderis B aliquam constituit potentiam, quæ pręmendo parem vim habeat grauitati ipsius B; atque tunc ipsa potentia mouens, quę minor est grauitate ponderis A, ipsum A grauius nihilominus attollet: quod quamuis propriæ ipsius naturæ repugnet, naturaliter tamē ab ipsa potentia in B existente sursũ feretur: res enim ita dispositæ talem habent naturam, vt A quidem sursum, B verò deorsum moueri debeant. quę sanè ex nostro Mechanicorum libro, & ex ijs, quæ in hoc pertractantur; compertissimè reddentur; & quod diximus de vecte, de alijs quoque instrumentis mechanicis intelligendum est. quorum quidem apparatus sunt artis opera, effectus autem ipsius penè naturæ: cum eius momenta, inclinationesquè sequantur, veluti præcipuas eiusmodi operum effectrices causas: quippè quæ sunt omnino admirabiles, ac pręstantissime; quemadmodum ex ipsarum contēplatione patere potest. cuius rei argumētũ illud indicasse sat sit, nimirũ eas à summis uiris, Aristotele, & Archimede fuisse

pertractatas. Aristoteles.n.in principio Quęstionū mechanicarū multa, eaqué pręcipua ad causas rei mechanicæ dignoscēdas aperuit; quē secutus Archimedes in his libris mechanica principia explicatiùs patefecit, eaquè planiora reddidit. Nec propterea Aristoteles diminutus extitit: etenim eorū, quę ab ipso proposita, & explicata fuere, problematum causas egregiè patefecit. sed quoniam Archimedi scopus fuit mechanicę disciplinę rudimenta explanare; propterea ad magis particularia enucleáda descendere voluit. Aristoteles .n. (gratia exēpli) quęrēs cur vecte magna mouemus pondera? causam esse ait longitudinē vectis maiorem ad partem potentiæ: & rectè quidem; cùm ex principio ab ipso constituto manifestum sit, ea, quę sunt in longiori à centro distātia, maiorē quoque habere virtutē. Archimedes verò vlteriùs adhuc progredi voluit, hoc admisso, nēpè quod est in longiori distantia maiorem uim habere, quàm id, quod est in breuiori, inquirere etiam voluit, quanta sit vis eius, quod est in longiori distantia ad id, quod est in breuiori; ita vt inter hęc nota reddatur qualis, & quę sit eorum proportio determinata. atque ideo fundamētum illud mechanicum pręstantissimum manifestauit; videlicet ita sese habere pondus ad pondus, vt distantia ad instantiam, vnde pondera suspenduntur, sese permutatim habet. quo ignoto, res mechanicę nullo modo pertractari posse videntur. quandoquidem huic tota mechanica facultas tanquam vnico, pręcipuoquè fundamēto innititur. Quare Archimedes Aristotelē sequi videtur; quod non solùm patet ex ijs, quæ dicta sunt; verùm etiam si Archimedis postulata cōsiderauerimus, quibus cōstituēdis, ea, quæ de principijs mechanicis Aristoteles patefecit, Archimedē supponere cōperiemus. vt deinceps suo loco perspicuū fiet. In ratione pręterea, ac modo cōsiderādi mechanica, maxima ambo affinitate coniuncti incedere vidētur. Aristoteles .n. res mechanicas tum Mathematica, tū naturalia sapere, ac respicere asseruit: quod quidē & Archimedes optimè nouit; ná quę Mathematicè sunt consideranda, geometricè demonstrauit, vt sunt distantiæ, proportiones, & alia huiusmodi: quæ verò sunt naturalia, naturaliter quoq; cōsiderauit; vt ea, quæ ad grauitatis centrum spectant, & quæ sursum, & quę deorsum moue-

incip. . Me-

ri debent; & cętera huiuſmodi. Ex quibus patet maximũ eſſe inter tantos viros in his pertractandis conſenſum. Ambiget fortaſſe quiſpiam, nunquid hęc principia rectè ab illis fuerint pertractata? ſed ſtatim omnis ceſſat dubitandi occaſio, ſi tantorum virorum prętantia ad memoriam reuocetur; quibus, citra controuerſiam in diſciplinis ab ipſis traditis, omnes eruditi palmã deferunt. vt quemadmodum abſq; Ariſtotele duce, atque doctore, nemo ad rectè philoſophãdum, ita neque etiã ad Mathematicam, pręcipueque Mechanicam diſciplinam abſq; Archimede ſeſe quiſpiã diſponere poſſit: quorum ſanè apud peritiores authoritas meritò ob id ſuprema extat; quòd ab ipſis res eo meliori, pręſtantioriq; modo pertractatę fuerũt, quo ipſarum rerum natura, atque doctrinę ratio poſtulabat. & qui ſcientiarum cupidi ſunt, illos ſequi, eorumquè ſcripta ſępè ſępius attentè perlegère debent. Pręterea philoſophię, ac Mathematicę profeſſores in hoc conueniunt; quòd cùm aliqua ad philoſophiam ſpectantia tractant; mirum in modum Ariſtotelem laudibus extollunt. qui verò Mathematicas pertractare ſtudẽt, ſtatim ad Archimedis laudes pariter ſe cõferũt. tametſi circa ea, quę nõ ſunt Archimedis verſentur; vt quã plurimi fecere, quod quidẽ optimo factum eſt conſilio. etenim ſi ea, quæ mathematica ope indigent, laudare volunt, ad Archimedem confugiendum eſt; vt ſi inuentionem, ſubtiliſſimum Archimedis inuentum afferant, quo modum adinuenit cognoſcendę quantitatis argenti, quod erat in corona Regis aurea, vt Vitruuius teſtatur; & alia huiuſmodi; ſi admirabilia, ſtatim afferant Archimedis ſphęram in globo vitreo elaboratam, in qua omnes cęleſtis ſphæræ motus relucebant; ita ut natura potiùs Archimedem immitata, quàm Archimedes naturam illuſiſſe videatur; *Claudianus* nauim prærerea graui pondere oneratam è mari in littus ab Archimede eductam; aliaquè id genus plurima. Denique ſi res Mathematicas ciuitatibus eſſe vtiles oſtendere volunt, ea, quæ ab Archimede contra Marcellum in defenſione patriæ facta fuere, in medium afferant, quo tempore bellica opera adeo mirabilia effecit, vt ſolus Archimedes contra bellicoſiſſimos Romanos pugnare ſufficiens videretur. quæ quidem omnia Mechanica diſciplina cõfecta ſunt. Quid igitur

Mecha-

Mechanica admirabilius, & vtilius? è qua tot, tantaquè ad humani generis vtilitatem conferentia prodeunt? eximia certè, & præclara admodum hæc Archimedis geſta fuere; quæ tamen, ſi ad alia quamplurima, quæ de ipſo dici, ac afferri poſſunt, conferantur; exigua ſanè mihi videntur. Nam quæ hactenus commemorata ſunt, (quamquam fortaſſe nõ omnia) multa tamen, huiuſmodiquè ſimilia alij quoque effecerunt, & adhuc extant fortaſſe viri eo ingenij acumine prędit i, qui talia aggredi non vererentur: ſed nõnulla egregia extãt ipſius Archimedis opera, quorum ſimilia, nec antea, nec poſt ipsũ facta fuere, neque in futurum facienda fore à nemine ſint expectanda. omnium enim admirabiliſſima, præſtantiſſimaquè ſunt eius ſcripta, in quibus, & ingenij acumen, inuentiones ſubtiliſſimæ, perfectaquè doctrina planè conſpicitur. adeo enim his omnibus Archimedis ſcripta aliorum ſcripta mathematicorum excellunt, ſuperantquè; vt quæ aliorum, facilè quidem interſeſe comparari, cum ijs verò, quę ab Archimede nobis relicta fuerunt, nullo modo poſſint. ut apertiſsimè (alijs interim omiſsis) conſpicuum redditur ex ijs, quæ de ſphęra & cylindro, & ex ijs, quę de æqueponderantibus ſcripta reliquit: quippè quę ob eorum pręſtãtiam, ac dignitatem meritò literis aureis eſſent imprimenda. liber enim de ſphęra, & cylindro inter Archimedis ſcripta excellẽs adeò habitꝰ fuit, vt ad eius ſepulcrũ appoſita fuerit ſphęra, & cylindrꝰ: quibꝰ a Cicerone conſpectis; ſtatim illud Archimedis ſepulcrũ eſſe intellexit: de cuius inuentione ob uiri excellentiã maximè gloriatur. Deindè quã ratione ipſum à temerario vanę orationis proferendæ auſu, (dum ſic loquitur, da mihi vbi ſiſtam, terramquè mouebo) vindicare poſſemus; niſi hęc, quæ de æqueponderantibus extant, ſcripta reliquiſſet? ex his enim habita notitia proportionis ponderum, & diſtantiarum, fit manifeſtum non eſſe à ratione, neque à natura prorſus alienum, poſſe terram moueri, ſi daretur conſiſtendi locus. quod etiam ex noſtro volumine Mechanico annis ab hinc aliquot elapſis edito varijs quoque inſtrumentis patere poteſt. quandoquidẽ multis modis, datum pondus à data potentia moueri, ibi oſtẽſum eſt. vbi demonſtrationes à nobis conſtitutę ijs, quæ apud

Archimedem presenti opere habentur, totam eorum vim ferri voluntacceptam. Et ne quidpiam, quod studiosis mechanicæ facultatis prodesse possit, prętermitteretur, ad horum Archimedis librorum interpretationem aliquid operis contulisse placuit; satisquè nobis fecisse videbimur; si saltem studiosi nos Archimedis vestigia secutos fuisse cognouerint. Et quamuis opus hoc fuerit ab Eutocio Ascalonita nonnullis commentarijs illustratum, quia tamen propter Archimedis scriptorũ obscuritatẽ multa adhuc remanẽt abstrusa, nec prorsus omnibus peruia; pręsertim gręcarum literarum expertibus; cùm liber hic in latinum versus multis in locis obscurus, alijsquè plerisque quodammodo mancus meritò suspicetur; ita vt adhuc in tenebris iacere videatur; gręcusquè prætereа codex impressus, quem secuti sumus, multis in locis aliqua correctione egere videatur; idcirco ab huiusmodi munere pręstando desistere noluimus: quin simul hos libros in latinũ sermonem verteremus; commentarijsquè illustratos redderemus. Cùm præsertim hinc tutus ad mechanicam disciplinã pateat aditus. Quare vt mens huius pręclarissimi Mathematici magis, atque magis, quàm fieri possit, pro virili nostra perspicua reddatur; & huius scientiæ cupidi in adipiscendis pulcherrimis hisce theorematibus minùs laborent; à communi genere interpretandi aliquantulum in præsentia discedere nobis visum est oportunum. Nam qui res mathematicas interpretati sunt, suos commentarios seorsum à demonstrationibus collocauere: nos verò, quę nostra sunt, verbis ipsius Archimedis inseruimus, & hoc tantùm in ipsis demonstrationibus, non in propositionibus, & huiusmodi alijs, hac planè habita distinctione, vt quæ sunt Archimedis (his, vel *his literarum notis*) cognoscantur, ipsiusquè tantùm Archimedis esse intelligantur. Quę verò alterius sunt characteris, ut quę huius existent formæ, nostra esse semper sint existimanda. & quoad fieri potuit, verba omnia, quę nobis declaratione aliqua, nec non correctione indigere visa sunt (ijs tamen omissis, quę parui, imò nullius sunt momenti, vt est literarum immutatio, & huiusmodi alia) dilucidè explicare, atque emendare studuimus. quibus etiam hanc adhibui-

declaratio huius paraphrasis.

mus diligentiam, quòd quamuis ea, quæ nostra, sunt; verbis sint Archimedis inserta; siquis tamen verba tantùm Archimedis legere maluerit, rectè id assequi poterit; siquidem ne verbum quidem Archimedis omisimus: quinnimò ea ita disposuimus, vt suum prorsus retineant sensum, possintquè cõtinuatè legi; ac si nihil inter ipsa insertum fuerit. quod quidem studiosis non inutile fore iudicauimus; qui absque nostris additionibus Archimedẽ tantùm habebunt; cũ nostris verò additionibus Archimedis demonstrationes continuatas, & explicatas habebunt. Huberionis autem doctrinæ gratia permulta adiunximus scholia, in quibus passim ordinem, Authorisquè artificium patefecimus; nec non multa lemmata ad Archimedis demonstrationes necessaria demõstrauimus; aliaquè nonnulla ad explicationem, subiectamquè materiam valde vtilia adiecimus. Vt etiam Archimedis dicta magis elucescant, antequam ad explicationem verborum ipsius accedamus, nonnulla prius declarare oportunum nobis visum est ad ea, quæ in his libris Archimedis supponit tanquam cognita. Deinde considerandus proponitur scopus, atque intentio Archimedis; diuisio item librorum; huiusmodiquè alia, quæ summam afferent facilitatem ad intelligendam mentem Archimedis.

Cùm itaquè supponat, nòs exquisitam habere notitiam centri grauitatis; illius definitionem afferre libuit: pro cuius tamen faciliori notitia illud quoque in primis admonendum duximus; nimirum quatuor reperiri centra. Centrũ uidelicet vniuersi, centrum magnitudinis, centrum figuræ, & centrum grauitatis, quod quidem grauitatis centrum rectè definitur à Pappo Alexandrino in octauo libro mathematicarum collectionum hoc pacto.

DEFINITIO CENTRI GRAVITATIS.

Centrum grauitatis vniuscuiusque corporis est punctum quoddam intra positum, à quo si graue appensum mente concipiatur, dum fertur, quiescit; & seruat eam, quam in principio habebat positionem, neque in ipsa latione circum-

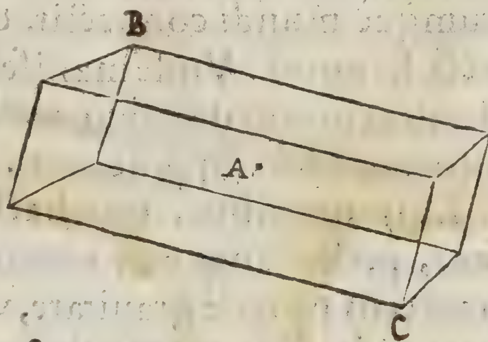
uertitur

uertitur

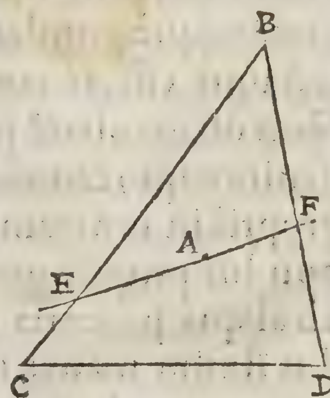
EIVSDEM ALIA DEFINITIO.

Centrum grauitatis vniuscuiusque solidæ figuræ est punctũ illud intra positum, circa quod vndique partes ęqualium momentorum consistunt. si.n.per tale centrum ducatur planũ figuram quomodocunque secans, semper in partes æqueponderantes ipsam diuidet.

Hanc postremam definitionem, seu potiùs descriptionem tradidit Federicus Commandinus in libro de centro grauitatis solidorum. ex quipus sanè definitionibus elucescit natura, atque facultas cẽtri grauitatis.



vt si punctum A fuerit centrũ grauitatis corporis BC, tunc ex Pappi sententia, si BC suspẽdatur ex A, magnitudo BC eadem, qua reperitur, dispositione locata manebit; neque partes ullas ipsius corporis, vt quę sunt ad BC, circumuerti, neque omnino suum mutare situm depræhendetur. si verò vt Cõmandino placuit, A fuerit centrum grauitatis magnitudinis BCD, eademquè per punctum A vtcunque secũdùm rectitudinem diuidatur, veluti per EAF, tunc pars EBF ipsi ECDF æqueponderabit, quamuis EBF, & ED sint magnitudines inæquales. sæpenumero enim euenire solet, vt in diuisione figuræ per eius centrum grauitatis ipsa aliquando in partes diuidatur æquales, aliquando in partes inæquales: vt suo loco ostendemus: *in fine primi huius.* semper tamen in partes diuiditur hinc inde æqueponderantes; non tamen seorsum constitutas, ab inuicemquè seiunctas, & veluti ad æquilibrium examinatas; vt putà si EBF decem pondo ponderet; ED quoque totidem pependisse oporteat. res quippe non sic se habet, sed eas esse in eo situ æqueponderantes, in quo reperiuntur; vt neutra



alteri prępondereret. ex quibus colligi poteſt,ſi graue quidpiam in centro mundi collocatum fuerit, oportere centrum grauitatis illius in centro mundi conſtitutum eſſe: ſiquidem vt graue illud tunc quieſcat, partes vndique ipſum ambientes ęqualium momentorum exiſtere, atque manere oporteat. Quare dum aſſeritur, graue quodcumque naturali propenſione ſedem in mundi centro appetere, nil aliud ſignificatur,quàm quòd eiuſmodi graue proprium centrum grauitatis cum centro vniuerſi coaptare expetit, vt optimè quieſcere valeat. Ex quo ſequitur motum deorſum alicuius grauis fieri per rectam lineam, quæ centrum grauitatis ipſius grauis, centrumquè mundi connectit. quandoquidem grauia deorſum rectà feruntur. Vnde manifeſtum eſt, Grauia ſecundùm grauitatis centrum deorſum tendere. quod nos in noſtro Mechanicorum libro ſuppoſuimus.

Ex ijs omnibus, quæ hactenus de centro grauitatis dicta ſunt, perſpicuum eſt, vnumquodque graue in eius centro grauitatis propriè grauitare, veluti nomen ipſum centri grauitatis idipſum manifeſtè præſeferre videtur. ita vt tota vis, grauitaſquè ponderis in ipſo grauitatis centro coaceruata,collectaquè eſſe,ac tanquam in ipſum vndiquè fluere videatur. Nam ob grauitatē pondus in cētrum vniuerſi naturaliter peruenire cupit; centrum verò grauitatis (ex dictis) eſt id, quod propriè in centrum mundi tendit. in centro igitur grauitatis pondus propriè grauitat. Præterea quando aliquod pondus ab aliqua potentia in centro grauitatis ſuſtinetur; tunc pondus ſtatim manet, totaquè ipſius ponderis grauitas ſenſu percipitur. quod etiam contingit, ſi ſuſteneatur pondus in aliquo puncto, à quo per centrum grauitatis ducta recta linea in centrum mundi tendat. hoc namque modo idem eſt, ac ſi pōdus in eius centro grauitatis propriè ſuſtineretur. Quod quidem non contingit, ſi ſuſtineatur pondus in alio puncto. neque enim pondus manet, quin potiùs antequā ipſius grauitas percipi poſſit, vertitur vtique pondus, donec ſimiliter à ſuſpenſionis puncto ad centrum grauitatis ducta recta linea in vniuerſi centrum recto tramite feratur. quæ quidem ex prima noſtrorum Mechanicorum pro-

positione sunt manifesta, quando autem hæc linea est horizonti erecta, tunc idem prorsus est (vt mox diximus) perinde ac si pondus in centro grauitatis ad vnguem sustineretur. Quocirca si ponderis grauitas minimè percipi potest, nisi in cẽtro grauitatis ipsius, põdus certè in ipso propriè grauitat.

Centrum figuræ apud Mathematicos est punctum, à quo semidiametri exeunt; vel per quod trãseunt diametri, vt circuli centrum, & ellipsis, nec non oppositarum sectionum.

Centrum verò magnitudinis est id, quod medium figuræ obtinet; vel quod ęqualiter ab exteriori superficie distat. vt sphærę centrum.

Centrum denique mundi est punctum in medio vniuersi situm, omniumquè rerum infimum.

Cæterùm ad meliorem horum notitiam obseruandum est, hęc centra aliquando simul omnia interse conuenire, aliquãdo nonnulla; aliquando autem minimè. simul verò omnia conueniunt, vt centrum vniuersi, centrum magnitudinis terræ (sphęræ scilicet ex aqua, terraquè compositę, quam nos breuitatis studio terram tantùm nuncupabimus) centrum figurę terrę; ac centrum grauitatis terrę. Cùm enim terra sit sphærica (vt omnes fatentur.) eius medium erit centrum figurę, à quo semidiametri exeunt. idipsumquè erit centrum magnitudinis, siquidem ipsius figurę medium obtinet. Pręterea idem punctum est centrum grauitatis terrę. & quoniam terra in medio mũdi quiescit, erit hoc centrũ grauitatis in centro vniuersi collocatum. & hoc duntaxat modo centra omnia in vnũ conuenire possunt. quamquam verò sphęra, quę continet terrã & aquã, composita est ex corporibus diuersę speciei, differẽtisquè grauitatis, nimirum ex terra, & aqua; non tamẽ efficitur, quin mediũ ipsius cum centro grauitatis conspiret in vnum. Nã ex Aristotelis sententia terra circa mundi centrum vndique cõsistit; & Archimedes affirmat, etiã humidũ manens esse sphęricũ, cuius cẽtrum est centrũ vniuersi. si itaque terra, & aqua manẽt, quiescũtquè circa centrũ vniuersi, ergo centrũ mũdi ipsorũ simul cẽtrũ grauitatis existit. atque adeo quatuor prędicta centra in vnũ simul conueniunt punctum. Quod autẽ tria simul centra in vnum coëant, satis conspicuũ esse poterit cuiquè

lib. de cælo

lib. de iis quę uehuntur in aqua

ſphæram aliquam, putà ligneam, vel alterius (ſimilaris tamẽ) naturæ intuenti; ſiquidem eius medium erit centrum magnitudinis, & centrum figuræ; idemquè punctum erit ipſius centrum grauitatis; circa quod vndique partes æqueponderant. & quoniam hæc ſphæra non eſt in centro mundi; propterea tria tantùm centra ſimul conuenient. ſi verò ſphęra non ſimilaris, ſed diſſimilaris fuerit, veluti altera ipſius meditate plumbea, altera verò medietate lignea exiſtente, tunc eius medium erit quippe centrum magnitudinis, & figurę, grauitatis verò centrum nequaquam. Nam partes vndique circa medium æqueponderare non poſſent; ſed grauitatis centrum ad grauiorem partem, nimirum plumbeam declinabit. & hoc modo duo tantùm centra inter ſe conuenient. vt etiam (modo tamen diuerſo) accidit ellipſi; cuius centrum eſt centrum figurę, ſiquidem per ipſum tranſeunt diametri; idemquè punctũ eſt ipſius centrum grauitatis. quod cùm non ſit propriè medium figuræ, non erit quoque centrum magnitudinis. mediũ enim figuræ propriè circulo, ac ſphæræ tantùm competit. Quare duo centra hoc quoque modo ſimul tantùm conueniunt. In figura paraboles recta linea terminatę centrum grauitatis intra figuram reperitur, quippè quod neque centrum figuræ, neque centrum magnitudinis eſſe poteſt. etenim in hac figura non poteſt dari medium, vnde neque centrum magnitudinis dabitur, & quoniam in parabole diametri ſunt inter ſe ęquidiſtantes, vt ex primo libro conicorum Apollonij pergei conſtat; neque etiam centrum figuræ dabitur. ſic igitur centra nullo modo conuenient.

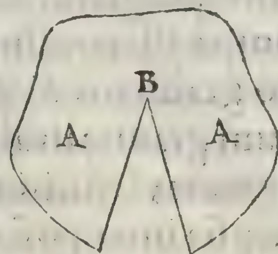
16 Federici cõm. de centro grauitatis ſolidorum.

4. Fed.comman.de centro grauitatis ſolidorum.

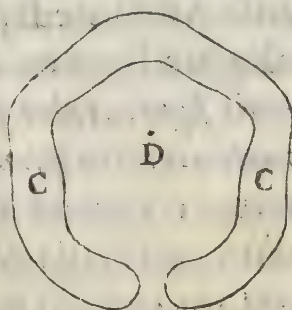
in ſecundo libro huius

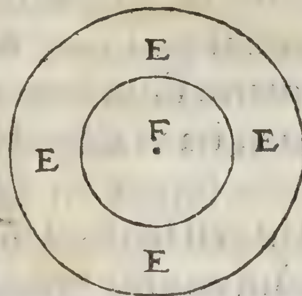
Nouiſſe quoque oportet centrum grauitatis communius eſſe, in pluribuſquè reperiri, quàm centra magnitudinis, & figuræ: centrum verò figuræ communius eſſe centro magnitudinis. Nã quodlibet corpus, & quęlibet figura neceſſe eſt, vt habeat cẽtrũ grauitatis intrinſecùs, vel extrinſecùs. Intrinſecùs vt cẽtrũ grauitatis alicuius corporis regularis, quod eſt in medio figuræ, vel alicuius figuræ vt A; cuius centrum grauitatis ſit in ambitu figuræ, vt in puncto B; extrinſecùs verò vt figura C, cuius centrum grauitatis extrinſecus ſit, vt in D; quod eſt intelligendum, ſi graue C in centrum mundi tenderet,

tunc



tunc centrum D cum centro mundi cõueniret; figuraque C quiesceret circa centrum vniuersi, veluti se habet circa cẽtrum D. partes enim figuræ talem possunt habere situm, vt inter se ęqueponderare possint. vt ex subiectis figuris perspicuum est. & adhuc clariùs, si intelligatur figura, vt E circulo tum exteriori, tum interiori terminata, cuius centrum grauitatis extra figuram erit in F. quod quidem cum circulorum centro conueniet. circa quod (existente centro F in centro mundi) partes vndique ęqueponderabunt: cùm omnes ęqualiter à centro grauitatis distẽt. præterea in hac figura E centrum grauitatis (quamuis sit extra figuram) cum centro figuræ, cẽtroquè magnitudinis ipsius figuræ conuenire, fortasse non erit inconueniens asserere. At verò figuræ AC nullo pacto figuræ, magnitudinisquè centrũ habebunt. & quamuis dictum sit centrũ grauitatis corporum regularium esse medium ipsorum, non tamen propterea dicendum est, idem esse centrum magnitudinis, atque figuræ, nisi impropriè; mediũ enim his impropiiè attribuitur, sicuti etiam centrum figuræ; cùm lineæ ex ipso prodeuntes non sint ipsorum corporum (quatenus regularia sunt) semidiametri. quare centrum grauitatis reperiri potest absque alijs centris; at non è conuerso. Rursus commune magis est cẽtrum figuræ centro magnitudinis; quia præter circulum, & sphæram, quæ tam figuræ, quã magnitudinis centrum habent, nonnullæ figuræ suum habent figuræ centrum in ipsis, & extra ipsas; in ipsis, vt ellipsis, cuius centrum intùs habetur; semicirculus etiam, dimidiaquè sphæra centrum habent in limbo. extra figuram verò veluti hyperbolæ centrum, quod extra figuram existit; vbi nempè diametri concurrunt. Quæ quidem omnia sunt figuræ centra; magnitudinis verò minimè. verùm obijciet hoc loco for



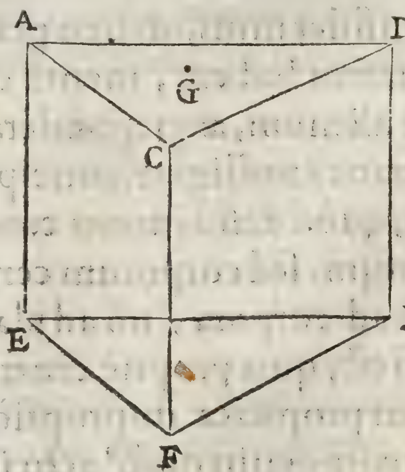


tasse quispiam, vel ambas, inquiens, centri grauitatis definitiones allatas, diminutas esse; vel ijs, quæ modò à nobis de cētro grauitatis dicta sunt, repugnare; cùm ostenderimus centrum grauitatis aliquando esse, vel in ambitu figuræ, vel extra figuram; definitiones verò allatę semper supponunt illud esse in ipsis intra positū. Cōfirmaturquè difficultas, quandoquidem, neque huiusmodi centrum extra figuram constitutum, fuisse Archimedi prorsus ignotum, existimare debemus; vt colligere licet ex nono postulato huius libri; cùm inquit. *Omnis figuræ, cuius perimeter sit ad eandem partem concauus, centrum grauitatis intra ipsam esse oportet.* quasi non repugnet figurę perimetrum non ad eandem partem concauum habenti, extra ipsam grauitatis centrum obtinere. Cui obiectioni in hunc modum occurri poterit, si dixerimus, quòd quamuis exempli gratia in figura C dictum sit centrum grauitatis D extra figuram existere, id ipsum etiam intra figuram esse affirmari poterit. siquidem ambitus figurę C centrum D intra se cōtinet; ita vt respectu totius sit intra. idemquè dicendum est de altera figura A. hoc autem euidentissimum est in figura E. & hic est sensus definitionum centri grauitatis. His itaque primùm cognitis considerandа est intentio Archimedis in his libris, quę quidem vt plurimum à librorum inscriptionibus elucescere solet.

DE SCOPO HORVM LIBRORVM

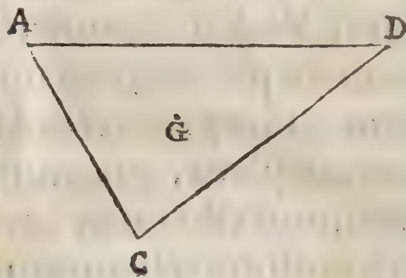
Si Archimedis propositum in his libris ex ipsa operis inscriptione, vt in alijs quoque aliorum authorum voluminibus fieri vt plurimùm solet, inuestigandum erit, partim sanè conspicuum illud esse videbitur, partim verò ignotum adeò, vt potiùs nullius fermè rei se habiturum esse sermonem profiteatur Archimedes. quid enim (obsecro) verbis illis significari potuit, quę primi libri initio ita se habēt. Αρχιμήδους ἐπιπέδων ἰσορρόπων, ἢ κέντρα βάρων ἐπιπέδων. hoc est. *Archimedis planorum æqueponderantium, vel centra grauitatum planornm.* quandoquidem videtur Archimedes rem prorsus inutilē, quinnimò naturę repugnantem sibi contemplandam proponere. dùm enim polli-

cetur se esse pertractaturum de planis æquæponderantibus, siue de centris grauitatum planorum; cùm ea, quæ æqueponderare debent, ponderare quoque oporteat; si plana æqueponderare debẽt, grauitate quadam illa prædita esse necesse est. quod valdè à planorum natura abhorret, cùm grauitas, non nisi corporibus, neque tamen omnibus competat. ipse tamen, dum plana æqueponderantia, vel centra grauitatum planorum se explicaturum pollicetur, apertè supponit plana, ac superficies graues existere, rem sanè immaginariam prorsus, ipsiusquè rei naturæ nullatenus respondentem. ita vt Archimedes circa ea, quæ omnino rei naturæ aduersantur, negotium sumpsisse videatur. Verùm enimuerò si Authoris mẽtem acuratiùs intueamur, rem planè egregiam, naturæquè rei apprimè consentaneam ipsum pertractandam sumpsisse depræhendemus. Nam quamuis plana, quatenus plana sunt, nullam habeant grauitatem, non est tamen à rei natura, neque à ratione alienum, quin possimus planorum, superficierumquè centra grauitatis depræhendere, ex quibus si suspendantur, planorum partes vndiquè ęqualium momentorum consistentes maneant. quãdoquidem centrum grauitatis talis est naturæ, vt si mente cõcipiamus, rem aliquam in eius centro grauitatis appensam esse, eo prorsus modo, quo reperitur, quiescat, & maneat. vt antea declarauimus. & quamuis re ipsa, actùque plana seorsũ à corporibus reperiri nequeant; in ipsis tamen hæc ipsorum circa centra grauitatis æqueponderatio ad actum facilè redigi poterit. Vt sit solidum AB prisma, cuiꝰ latera AE CF DB sint horizonti erecta, superiorquè basis ACD, quemadmodum & inferior EFB sit horizonti æquidistans; sit autem plani ACD centrum grauitatis G, ex quo G si suspendatur totum AB; patet planum ACD horizonti æquidistans permanere, ac propterea circa cẽtrum grauitatis G æqueponderare. quod quidem, quamuis egeat demonstratione,



in fine primi libri.

in præsentia omittatur; infraquè suo loco ostendendum. sat autem nobis nunc sit ostendisse, hæc ad praxim reduci, manibusquè (vt dicitur.) contrectari posse. Quòd si hæc ita se habent, huiusmodi consideratio non erit vana, neque vt inutilis reijcienda. Sed vlteriùs adhuc progrediamur, dicamusquè, quoniam planum ACD, quatenus est corpori coniunctum, horizonti æquidistans permanere debet; si seorsum à corpore illud intelligamus, vt si ADC ex eius centro grauitatis G suspendatur, tunc quocunque modo reperiatur, hoc est siue horizonti ęquidistans, siuè minùs, idipsum permansurum nihilominus intelligere possumus, partesquè vndique æqualium momentorum consistentes. Neque enim Aristoteles grauibus duntaxat, sed etiam leuibus momenta tribuit. idipsumquè (vt Eutocius in horum librorum comentarijs refert) Ptolæmeo quoque placuit, vt habetur in libro (à nobis tamen desiderato) quem de momentis scripsit. Pręterea alijquoque Philosophi id ipsum sensisse videntur. quod est quidem rationi consentaneum, superuolant enim, quæ leuia sunt. & si mente concipiatur eadẽ figura leuis cuiuspiam esse, tunc si detineatur in G, partes vndique ęqualium momentorũ consistent, essetquè G (vt ita dicam) centrum leuitatis. Quoniam autem circa centrum grauitatis ęqueponderationem consideramus, idcirco plana, tanquam nobis apparentia grauitatem habere, mente concipimus. Non est igitur à ratione alienum, æqueponderantiam in planis, vt grauibus consideratis intelligere, conciperequè. Nec quicquam nobis officit, quòd definitiones centri grauitatis priùs allatæ non planorum, sed corporum centra explicarunt, ita vt grauitatis cẽtrũ ad corpora, nõ ad plana sit referendũ. Hoc enim ideo factũ est, quia propriè centrũ grauitatis respicit corpora; non tamen propterea impropriè respicit plana; sed quia primò respicit corpora; in quib⁹ actu inesse depræhẽditur. propterea eędẽmet definitiones planis quoque in hũc modũ aptari poterũt.



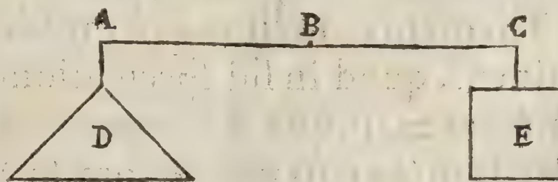
DEFINITIO CENTRI GRAVITATIS PLANORVM.

Centrum grauitatis vniuſcuiuſque plani eſt punctum quoddam intra poſitum, à quo ſi planum appenſum mente concipiatur, dum fertur, quieſcit; & ſeruat eam, quam in principio habebat poſitionem, neque in ipſa latione circũuertitur.

EIVSDEM ALIA DEFINITIO.

Centrum grauitatis vniuſcuiuſque plani eſt punctum illud intra poſitum, circa quod vndique partes æqualium momentorum conſiſtunt. ſi enim per tale centrum recta ducatur linea figuram quomodocunque ſecans, ſemper in partes æqueponderantes ipſam diuidet.

Vt itaque in planis quoque centrum grauitatis conſideratur, ita etiam plana grauitate prædita conſiderare, non erit abſurdum. ſi enim impoſſibile eſſet conſiderare plana grauitate prædita, centrum quoque grauitatis in ipſis nullo modo concipi poſſet; atque perſpicuum eſt, centrum grauitatis in ipſis admitti, ac deſignari poſſe, igitur & plana grauitate inſignita. Et ſi mathematicus conſiderat corpora ſecluſa interim ipſorum grauitate, & leuitate: & Aſtronomus corpora conſiderans cæleſtia, quæ neque grauia, neque leuia ſunt, non propterea cõſiderat ea ex propria ipſorũ natura, neque grauia, neque leuia eſſe; etenim quamuis grauia, vel leuia eſſent, nihilo minus neque grauia, neque leuia eſſe ea conſideraret. quòd ſi Mathematicus hoc pacto huiuſmodi corpora intelligere poteſt; quid prohibet rurſum eadẽ, quãuis vt talia, neque grauia, neque leuia ſint; vel grauia, vel leuia eſſe concipere? quẽadmodum hoc quoque exẽplo res magis eluceſcet: veluti ſi intelligamus ex AC appenſa eſſe plana DE, quæ ſint æqualia; ſuſpendaturquè AC in medio prorſus in B; cur mente intelligere non poſſumus, quantitatẽ, ſpaciũquè D æquepõderare ſpacio E; cùm ſint æqualia? ꝙ ſi planorum alterum, putà D, maius eſſet ipſo E; tunc



ſtatim non ſolùm æqueponderare non poſſe, verùm etiam planum D deorſum tendere concipiemus. & hoc nulla alia de cauſa, quàm quòd cùm D maius ſit, quàm E, ſtatim ipsũ D, quàm E grauius quoque eſſe concipimus. Conſiderare igitur plana cum grauitate non eſt omnino à ratione alienũ. Quare vtrumque titulum, nempe planorum æqueponderantium, vel centra grauitatis planorũ, admittendum duximus. Verùm quoniam Archimedes ſecundum librum ſimplici vocabulo, nimirum (quaſi ſimul omnia complectens) *æqueponderantium* inſcripſit; idcirco tamprimum, quàm ſecundum librum (æqueponderantium) inſcribendum exiſtimamus. eoquè libentiùs; quoniam ipſemet Eutocius horum quoque librorum explanator hoſce libros hoc tantùm nomine æqueponderantium nuncupauit: alijquè omnes, qui hos Archimedis libros nominant; hoc titulo de æqueponderantibus nuncupant. Præterea titulus hic magis operi congruere mihi videtur; quoniam nonnulla Archimedes in principio pertractat, quæ tam ſolidis, quàm planis communia exiſtunt; quamuis cætera ad plana ſint tantũ referẽda. in quibus omnibus de re admodũ vtili, & ad quãplurima cõducẽti pertractat. quãdoquidẽ ex ijs, quæ ab Archimede his libris docemur, in multarũ rerũ cognitionẽ peruenire poſſumus. quod facilè conſtat inprimis ipſiuſmet Archimedis exẽplo. ſiquidẽ hac methodo ipſe in libro de quadratura paraboles cõparãdo plana in libra cõſtituta, ipſius paraboles quadraturã miro artificio adinuenit. Deinceps ex cognitione cẽtrorũ grauitatis planorum, nos in cognitionem centrorum grauitatum ſolidorum deducimur. Denique adeo proficua eſt hæc doctrina, quam nobis in his libris Archimedes præſtat; vt affirmare non verear, nullum eſſe Theorema, nullumquè problema ad rem mechanicam pertinens, quod in ſui ſpeculatione peculiare nõ aſſumat fundamẽtum ex ijs, quæ Archimedes in his libris ediſſerit. quemadmodum (cæteris interim omiſſis) patet ex vulgata illa propoſitione enunciante, ita ſe habere pondus ad pondus, vt diſtantia ad diſtantiam permutatim ſe habet, ex quibus ſuſpenduntur. quæ præclariſſimè ab ipſo in primo libro demonſtratur. Et quamuis Iordanus Nemorarius (quem ſecutus eſt

Nico-

Nicolaus Tartalea, & alij) in libello de ponderibus hanc eãdem propositionem quoque demonstrare conatus sit; & ad eã ostendendam pluribus medijs fuerit vsus; nulli tamen probationi demonstrationis nomen conuenire potest. cùm vix ex probabilibus, & ijs, quæ nullo modo necessitatem afferũt, & fortasse neque ex probabilibus suas componat rationes. Cùm in mathematicis demonstrationes requirantur exquisitissimæ. ac propterea neque inter Mechanicos videtur mihi Iordanus ille esse recensendus. Quapropter ad Archimedem confugiendum est, si fundamenta mechanica, veraque huius scientiæ principia perdiscere cupimus: qui (meo iudicio) ad hoc potissimùm respexit; vt elementa mechanica traderet. vt etiam Pappus in octauo Mathematicarum collectionũm libro sentit; quod quidem ex diuisione, ac progressu horum librorum facilè dignoscetur.

DE DIVISIONE HORVM LIBRORVM.

Diuiditur enim in primis hic tractatus in duos libros diuisus, in postulata, & theoremata: theoremata verò subdiuiduntur in duas sectiones, quarum prima continet priora octo theoremata; ad alteram verò reliqua theoremata spectãt. quæ quidem adhuc in alias duas partes diuidi potest; nempè in theoremata primo libro examinata, & in ea, quæ secundus liber contemplatur. Hanc autem horum librorum constituimus diuisionem, quoniam imprimis Archimedes, (omissis postulatis, quæ primum locum obtinere debent) quædam tractauit communia in prioribus octo theorematibus; quorum scopus est inuenire fundamentum illud præcipuũ mechanicum, quòd scilicet ita se habet grauitas ad grauitatem, vt distantia ad distantiam permutatim. ad quod demõstrandum quinque præmittit theoremata, quæ paulatim deducunt nos in cognitionem demonstrationis præfati fundamenti. quo loco illud summoperè notandum est, nimirum fundamentum illud, nec non octo priora theoremata communia esse tam planis, quàm solidis; atque promiscuè de vtrisque Archimedẽ demonstrare. quòd si quis aliter

ſenſerit, demonſtrationeſquè tantùm de planis cõcludere exiſtimauerit, vel de ſolidis, non autem quibuſcũque, ſed vel de rectilineis, vel de homogeneis tantùm, & de ijs, quæ inter ſe ſunt eiuſdem ſpeciei, longè aberrat à ſcopo, & mente Archimedis. etenim in his ſemper loquitur. vel de grauibus ſimpliciter, veluti in primis tribus theorematibus; vel de magnitudinibus, vt in reliquis quinque quod quidem nomen tam planis, quàm ſolidis quibuſcunque eſt cõmune, vt etiam ij, qui parùm in Mathematicis verſati ſunt, ſatis norunt. ſicuti etiàm Euclides, dum quinti libri propoſitiones pertractauit, quantitatem continuam ſub nomine magnitudinis cõprehendit. quòd autẽ nomen grauis ſit cõmune, iam ſatis per ſe conſtat. Perſpicuum eſt igitur priora hæc octo Theoremata communia eſſe, tam planis, quàm ſolidis. ac non ſolùm ſolidis eiuſdem ſpeciei, & homogeneis, verùm etiam ſolidis diuerſæ ſpeciei, & hęterogeneis, vt ſuo loco manifeſtum fiet. Iactoquè hoc fundamento, quod Archimedes in duob⁹ propoſitionibus, ſexta nempè, & ſeptima demonſtrauit; in octaua tanquam corrollarium colligit. Deinceps peculiariter pertractat de centro grauitatis planorum, nec amplius plana nominat magnitudinis nomine, ſed proprijs cuiuſcunque nominibus; vt parallelogrammi, trianguli, & aliorum huiuſmodi. & in hac parte deſcendit ad particularia. quippè cùm & ſi non actu fortaſſe, virtute tamen cuiuſlibet particularis plani centrum grauitatis nos doceat. in primo enim libro ſat ſibi viſum eſt oſtendiſſe centra grauitatum triangulorũ, ac parallelogrammorum. ex quibus cæterarum figurarum, veluti pentagoni, hexagoni, & aliorum ſimilium centra grauitatis inueſtigare non admodum erit difficile. ſiquidem huiuſmodi plana in triangula diuiduntur. vt in fine primi libri attingemus. In ſecundo autem libro altiùs ſe extollit, & more ſuo circa ſubtiliſſima theoremata verſatur; nempè circa centrum grauitatis conicę ſectionis, quæ parabole nuncupatur. nonnullaquè præmittit theoremata, quæ ſunt tanquam præuię diſpoſitiones ad inueſtigandam demonſtrationem centri grauitatis in parabole. Itaque perſpicuum eſt, Archimedem propriè elementa mechanica tradere. quando-

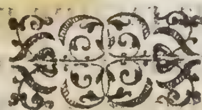
quidem duo pertractat, quæ ſunt tanquam elementa huius ſcientiæ. fundamentum nempè illud præſtantiſſimum iam toties præfatum, deinde centra grauitatis planorum oſtendit. & quamuis hi duo Archimedis libelli pauca continere videantur, non tamen pauca docuiſſe Archimedem exiſtimandum eſt. multa enim ſunt mole exigua, quæ tamen virtute maxima habentur. quod planè Archimedis ſcriptis accidit; hiſquè præſertim, ex quibus patet aditus ad multa, ac penè infinita theoremata, problemataquè mechanica. nihil enim in hoc genere demonſtrari poteſt, quod his non indigeat ſcriptis. & quod admirabilius eſt, nos non ſolùm pro fundamento ſuſcipere poſſe ad aliquod demonſtrandum theoremata in his libris demonſtrata, verùm etiam ab his demonſtrationibus perdiſcerere ipſum modum argumentandi, & demonſtrandi; vt ſuis locis oſtendemus. ita vt verè concludendum ſit, neminem prorſus inter mechanicos connumerandum fore, qui hæc Archimedis ſcripta ignorat. ignoratis enim principijs nulla eſt ſcientia, vt apud omnes ſapientes perſpicuum eſt. Ipſum igitur Archimedem audiamus, eiuſquè ſcripta diligentiſſimè perpendamus.

quæ illis [illegible], quæ sunt [illegible] fundamentum [illegible] isto [illegible] præstitum. [illegible] Archimedis [illegible] tur, non tamen [illegible] Archimedem [illegible] enim [illegible] habentur, quod [illegible] Archimedis [illegible] problema [illegible] mechanica, nihil enim in [illegible] te demonstrari potest, quod [illegible] quod [illegible] est, nos non [illegible] demonstrari [illegible] ab his [illegible] demonstra[illegible] nem [illegible] mechanicæ [illegible] hac Archimedes [illegible] ignorat. ignoratis enim principijs nulla est scientia, [illegible] sapientes [illegible] est. Ipsum igitur Archimedem [illegible] diligentius expendamus.

GVIDIVBALDI
E MARCHIONIBVS MONTIS
IN PRIMVM ARCHIMEDIS AEQVEPONDERANTIVM LIBRVM PARAPHRASIS SCHOLIIS ILLVSTRATA.

Archimedis tamen huius primi libri titulus ſic ſe habet.

ARCHIMEDIS PLANORVM AEQVEPONDERANTIVM, VEL CENTRA GRAVITATVM PLANORVM.



ARCHIMEDIS POSTVLATA.

I.

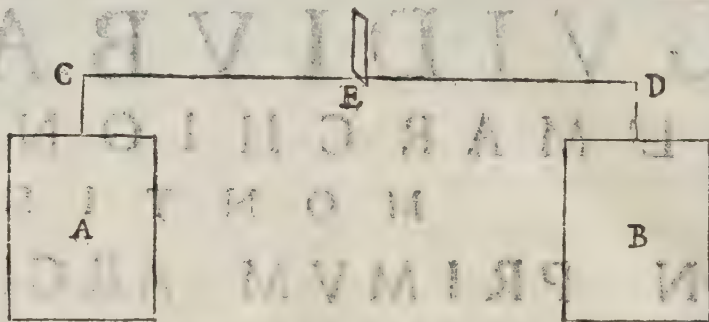
Grauia æqualia ex æqualibus diſtantijs æqueponderare.

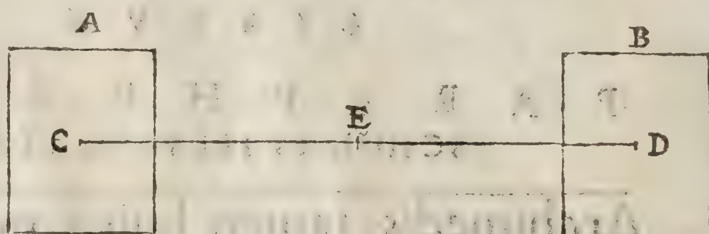
SCHOLIVM.



VOBVS modis grauia in diſtantijs collocata intelligi poſſunt. quod & in cæteris poſtulatis, & in propoſitionibus intelligendum eſt. etenim vel grauia sũt appenſa, vt in prima figura æqualia grauia AB ſunt in CD appenſa; ita vt diſtantia EC ſit diſtãtiæ ED æqualis. intelligaturquè CD tanquam libra, quæ ſuſpendatur in E. vel vt in ſecunda figura grauia AB habent ipſorum centra grauitatis, quæ ſint CD, in ipſa DC linea, in pun-

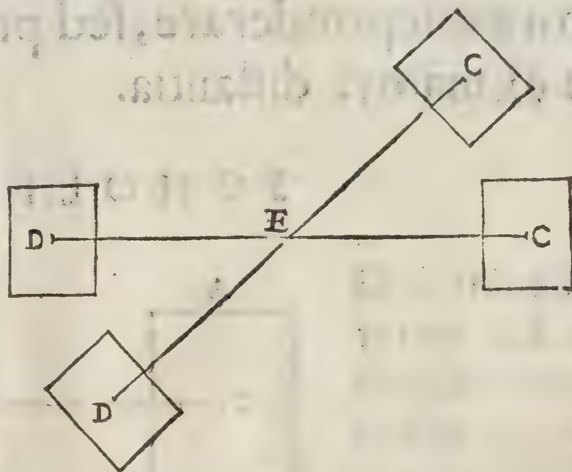
ctis nēpè CD constituta. libraquè similiter ex puncto E suspendatur; sitquè distãtia EC distantiæ ED æqualis, erũt vtique in vtraque figura pondera AB in distantijs æqualibus constituta. ac propterea æqueponderabunt, atque manebunt. nulla enim ratio afferri potest, cur ex parte A, vel ex parte B deorsum, vel sursum fieri debeat motus; cùm omnia sint paria, ea verò æqueponderare debere, aliqua ratione manifestari potest ex eo, quod ostensum est à nobis in nostro mechanicorum libro, tractatu de libra: quod quidem ab Aristotele quoque in principio quæstionum mechanicarum elici potest: idem scilicet pondus longius a centro grauius esse eodem pondere ipsi centro propinquiori. Vnde si duo essent pondera æqualia alterum altero propinquius centro, quod remotius est, grauius altero appareret. si igitur grauia æqualia à centro æqualiter distabunt, æque grauia erunt. ac propterea æqueponderabunt, quod quidem supponit Archimedes. Punctum autem illud, quod Archimedes accipit, vnde sumuntur distantiæ, ex quibus grauia suspenduntur, veluti punctum E, Aristoteles centrum appellat. & hæc quidem æqueponderatio tam ponderibus in libra appensis, quàm in ipsa (vt dictum est) constitutis competit: dummodo ea, quibus appenduntur pondera, liberè semper in centrum mundi tendere possint, vtroque enim modo in punctis CD grauitant, vt diximus etiam in eodem tractatu de libra. Nouisse tamen oportet Archimedem in his libris potiùs intellexisse pondera esse in distantijs collocata, vt in secunda figura, quàm appensa; vt ex quarta, & quinta

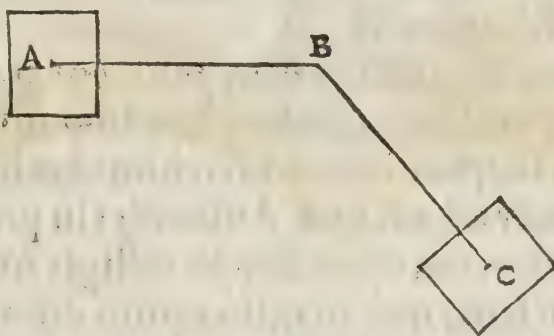


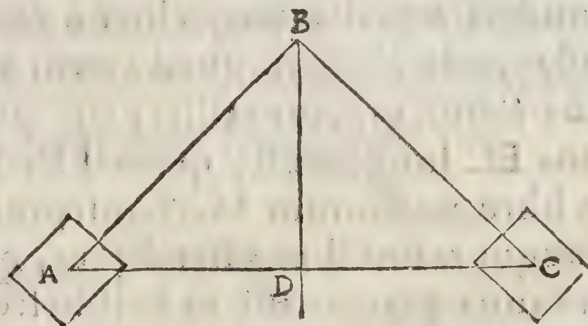


primi libri propoſitione patet. demonſtrationes enim clariores redduntur.

Porrò non ignorandum hoc Archimedis poſtulatum verificari de ponderibus quocunque ſitu diſpoſitis, ſiue CED fuerit horizonti æquidiſtás, ſiuè minùs; vt in hac prima figura, eodem modo ſemper verum eſſe pondera æqualia CD ex ęqualibus diſtantijs EC ED æqueponderare, vt infrà (poſt ſcilicet quartã huius propoſitionem) perſpicuum erit. Quare cùm Archimedes tã in hoc poſtulato, quã in ſequentibus, ſupponit pondera in diſtantijs eſſe collocata, intelligendum eſt diſtãtias ex vtraque parte in eadem recta linea exiſtere. Nam ſi (vt in ſecunda figura) diſtãtia AB fuerit ęqualis diſtantię BC, quæ non indirectum iaceant, ſed angulum conſtituant; tunc pondera AB, quamuis ſint ęqualia, non ęqueponderabunt. niſi quando (vt in tertia figura) iuncta AC, bifariamquè diuiſa in D, ductaquè BD, fuerit hęc horizonti perpendicularis, vt in eodem tractatu noſtro expoſuimus. Diſtantias igitur in eadem recta linea ſemper exiſtere intelligendum eſt. vt ex demonſtrationibus Archimedis perſpicuum eſt.



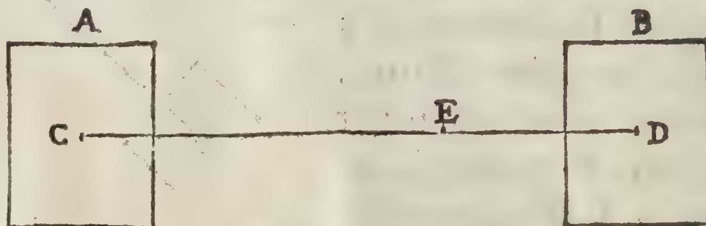




II.

Aequalia verò grauia ex inæqualibus diſtátijs non æqueponderare, ſed præponderare ad graue ex maiori diſtantia.

SCHOLIVM.



Si enim diſtátia EC maior fuerit diſtantia ED, grauibus AB ſimiliter æqualibus exiſtẽtibus, & in CD poſitis, tunc concedendum videtur graue A præponderare ipſi B, quandoquidem EC longior eſt, quàm ED. ſupponit autem Archimedes hoc poſtulatum reſpiciens fortaſſe ad ea, quæ Ariſtoteles in principio quæſtionum mechanicatum oſtendit, vbi colligit Ariſtoteles idem pondus celeriùs ferri, quò magis à centro diſtat, vel quod idem eſt, duo pondera æqualia inæqualiter à centro diſtantia, quod magis diſtat, celeriùs ferri. quod autem æqualium ponderum celeriùs fertur, grauius exiſtit; erit igitur A grauius, quàm B. quia EC longior eſt, quàm ED. Nos quoque (vt diximus) in libro noſtrorum Mechanicorum tractatu de libra, alijs quoque rationibus oſtendimus, quo pondus eſt in longiori diſtantia grauius eſſe. ex quibus ſequitur propter longiorem diſtantiam EC pondus A præponderare ponderi B. ac propterea deorſum ferri.

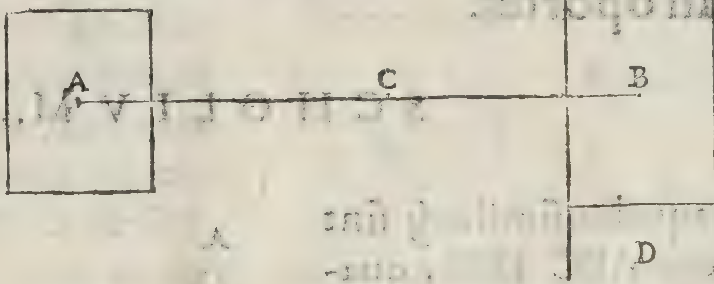
III.

Grauibus ex aliquibus diſtantijs æqueponderãtibus, ſi alteri grauium aliquid adijciatur, non æqueponderare; ſed ad graue, cui adiectum fuit, deorſum ferri:

SCHO-

SCHOLIVM.

Grauia enim AB siuè æqualia, siue inæqualia æqueponderent ex distantijs AC CB, alteri verò grauium, putà B, adijciatur pondus D. perspicuum est pondera BD simul magis ponderare, quàm A. si enim B æqueponderat ipsi A; erit pondus B in hoc situ æquegraue, vt A: pondera igitur BD in hoc situ nõ erunt æquegrauia, vt pondus A. sed grauiora existent, quàm A. quare BD deorsum tendent.



IIII.

Similiter autem, si ab altero grauium auferatur aliquid, non æqueponderare; verùm ad graue, à quo nil ablatum est, deorsum tendere.

SCHOLIVM.

Aequeponderent grauia BD simul, & A secundùm distantias CB CA; vt in eadem figura, & ab altero eorum, putà BD, auferatur D, remanenbunt grauia BA; eritquè A grauius ipso B. Nam si BD simul æqueponderant ipsi A, B tantùm eidem A non æqueponderabit, sed leuius erit. vnde sequitur ex parte A motum fieri deorsum. *eadem figura.*

V

Aequalibus, ſimilibuſquè figuris planis interſe coaptatis, centra quoque grauitatum inter ſe coaptati oportet.

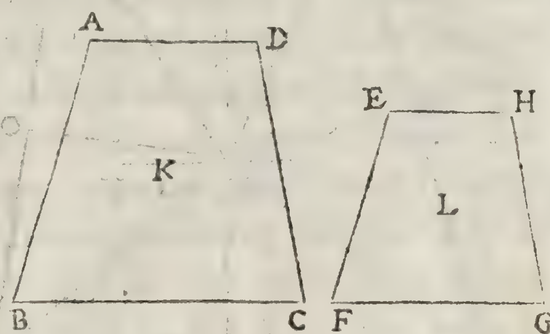
SCHOLIVM.

Aequales, ſimilesq; ſint figuræ ABC DEF, quarum centra grauitatis ſint GH; ſi ABC ſuperponatur ipſi DEF, & hoc ſecũdùm laterum æqualitatẽ, hoc eſt ſi latus AB fuerit æquale lateri DE, tunc ponatur AB ſuper DE; ſimiliter AC ſuper DF, & BC ſuper EF; tunc manifeſtum eſt centrum grauitatis G ſuper centro grauitatis H ad unguem conuenire; ita vt ſint vnum tantũ punctum. Plana enim quæ ſe inuicem contingunt, non efficiunt, niſi vnum tantùm planum. Solius autem figuræ ex planis ABC DEF inuicen coaptatis, vnum tantùm erit centrum grauitatis, vt nos in noſtro mechanicorum libro ſuppoſuimus; centra igitur grauitatis interſeſe conuenire neceſſe eſt. ſi enim centra grauitatis inter ſe non conuenirent, vna tantùm figura duo poſſet centra grauitatis habere. quod eſſet omnino incõueniens. Dixit autem Archimedes oportere has figuras eſſe ſimiles, & æquales, nam figuræ æquales, ſed non ſimiles, item ſimiles, & nõ æquales eſſe poſſunt. quare, vt interſeſe coaptari poſſint, & ſimiles, & æquales eſſe neceſſe eſt.

VI

Inæqualium autem, ſed ſimilium centra grauitatum eſſe ſimiliter poſita.

SCHOLIVM.



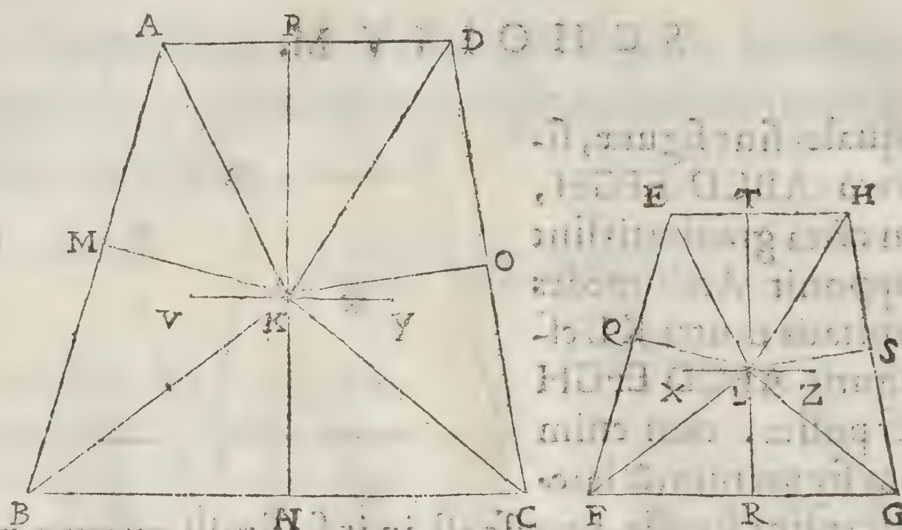
Inæquales ſint figuræ, ſimiles verò ABCD EFGH, quarum cẽtra grauitatis ſint KL. ſupponit Archimedes hęc grauitatis centra KL eſſe in figuris ABCD EFGH ſimiliter poſita. cùm enim ſimilium figurarum, & latera, & ſpacia ſint ſimilia, neceſſe eſt in ipſis ſimili quoque modo centra grauitatis eſſe poſita. vt in ſequenti clariùs apparebit. quomodo autem Archimedes intelligat hanc poſitionis ſimilitudinem, hoc modo definit.

VII.

Dicimus quidem puncta in ſimilibus figuris eſſe ſimiliter poſita, à quibus ad æquales angulos ductæ rectæ lineæ cum homologis lateribus angulos æquales efficiunt.

SCHOLIVM.

In ſimilibus figuris ABCD EFGH ſint homologa latera AB EF, BC FG, CD GH, AD EH. anguli verò æquales, qui ad AE, BF, CG, DH, primum quidem oſtendendum eſt fieri poſſe, ut à duobus punctis intra figuras conſtitutis, duci poſſint rectę lineę ad angulos æquales, quę cum lateribus angulos ęquales efficiant. Quaſi dicat Archimedes, quoniam ſupponere poſſumus puncta in ſimilibus figuris eſſe ſimiliter poſita, ideo ſupponere quoque poſſumus centra grauitatis in ipſis eſſe ſimiliter poſita. Itaque ſint figuræ ABCD EFGH ſimiles, vt dictum eſt, ſumaturquè in ABCD vtcumque punctum K à quo ducatur KA KB KC KD. deinde fiat angulus



gulus FEL angulo BAK æqualis; & EFL ipsi ABK. Iunganturquè GL LH. Dico L esse similiter positum, vt K. Quoniam enim anguli BAK ABK sunt angulis FEL EFL æquales, erit reliquus BKA ipsi FLE æqualis, eritquè ob similitudinem triangulorum KA ad AB, vt LE ad EF. est

4 *sexti.*

verò AB ad AD, vt EF ad EH propter similitudinem figurarum. erit igitur ex æquali AK ad AD, vt LE ad EH. & quoniam angulus BAD angulo FEH est æqualis, & BAK ipsi FEL æqualis; erit & reliquus angulus KAD angulo LEH æqualis. Quare triangulum KAD triangulo LEH simile existit. eodemquè modo ostendetur BKC simile esse FLG, & KCD ipsi LGH. ex quibus constat angulos KBC LFG, KCB LGF, & huiusmodi reliquos reliquis æquales esse. & ob id puncta KL in figuris ABCD EFGH esse similiter posita.

22 *quinti.*

6 *sexti.*

Itaque demonstrato dari posse puncta in figuris similiter posita, potuit sanè Archimedes antecedens postulatum supponere, nempè inæqualium, sed similium figurarum centra grauitatis esse similiter posita. quod quidem postulatum est rationi valde consentaneum. ex dictis enim (suppositis KL centris grauitatum) triangulum ABK triangulo EFL simile existit; veluti BKC ipsi FLG. & reliqua reliquis. Quare vt AK ad KB, sic EL ad LF, ac permutando vt AK ad EL, ita BK ad FL. similiter ostendetur ita esse BK ad FL, vt KC ad LG, & KD ad LH. quare centra grauitatis KL

4 *sexti*
16 *quinti*

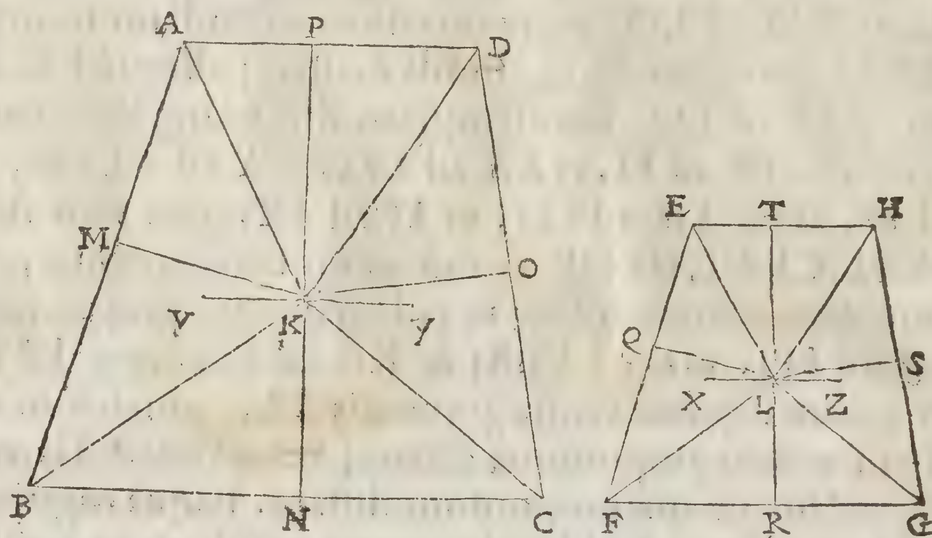
pro-

proportionaliter ab angulis distant.

Ducãtur prçterea à punctis KL ad latera perpendiculares KM KN KO KP, LQ LR LS LT. & quoniam anguli KMA LQE sunt recti, ac propterea æquales, & KAM LEQ sunt æquales, ut ostensum est; erit reliquus MKA reliquo QLE çqualis, triangulumquè AKM triangulo ELQ simile. vt igitur AK ad KM; sic EL ad LQ. & permutando AK ad EL, vt KM ad LQ. parique ratione ostendetur triangulum BKM triangulo FLQ simile existere; esseque BK ad FL, vt KM ad LQ. similiterquè in alijs triangulis ostendetur, ita esse Bk ad FL, vt KN ad LR; & Ck ad GL esse, vt kO ad LS; atque kD ad LH, vt kP ad LT. quia verò AK EL, Bk FL, Ck GL, Dk HL in eadem sunt proportione, vt proximè demonstratum fuit; in eadem quoque proportione erit kM ad LQ, & KN ad LR; & KO ad LS, atque kP ad LT. ex quibus sequitur centra grauitatis KL, non solùm ab angulis in eadem proportione distare; verùm etiam à lateribus in eadem quoque proportione distare. Itaque cognito, quomodo intelligat Archimedes centra grauitatis in similibus figuris esse similiter posita; nunc considerandum est præcedens postulatum, quatenus nimirum oporteat grauitatis cẽtra in similibus figuris similiter esse constituta. Nam intimiùs considerando hanc similem horum grauitatis centrorũ positionem, congruum, & n [illegible] um videtur, similes figuras secundùm eandem proportionem esse æquepon derãtes; eademquè ratione (ob earum similitudinem) circa grauitatis centra æqueponderare. veluti si figuræ: AC EG (quarum centra grauitatis sint KL) à rectis lineis PN TR vtcumquè diuidantur, quæ per centra KL transeant; dummodo in figuris sint similiter ductæ; hoc est, vel latera, vel angulos in eadẽ proportione dispescant: vt sit AP ad PD, vt ET ad TH. æqueponderabunt vtique partes PABN PNCD, veluti partes TEFR TRGH. & hæc non est simplex æqueponderatio; verùm etiam (vt ita dicam) similis, & æqualis æqueponderatio. cùm sit secundùm eandem proportionem, quandoquidem est PB ipsi TF similis, cùm triangula AKB ELF, AKP ELT, BKN FLR, sint inter se similia; quæ quidem efficiunt, figuras

4 sexti
16 quinti

PB TF interſe ſimiles eſſe. ob eademquè cauſam eſt PC ſimilis TG. quod quidem ex demonſtratis etiam facilè conſtat. cùm anguli ſint ęquales, & latera proportionalia. Vt autem clariùs intelligatur hæc ſimilis, & æqualis æqueponderatio, adducere libuit nonnulla ex ijs, quæ poſteriùs tractanda ſumentur. Itaque intelligatur punctum V centrum eſſe gra-



uitatis figuræ PB, X verò centrum grauitatis figure TF. ſimiliter punctum Y centrum eſſe grauitatis figuræ PC, Z verò figurę TG. Iunganturquè VY XZ. quæ quidem per centra grauitatis KL tranſibunt. quòd ex ijs, quę dicenda ſunt, manifeſtum erit, percipiuèque ex octaua propoſitione primi huius. quod tamen interim ſupponatur. At verò quoniam PB PC ęqueponderant ſecundùm proportionem, quam habet YK ad KV; TF verò & TG ęqueponderant ſecundùm proportionem, quam habet ZL ad LX. eſt.n. ac ſi AN eſſet appenſa in V, & PC in Y; ER in X, & TG in Z. vt in ſequentibus manifeſta erunt. At verò quo-
20 *ſexti* niam AN ſimilis eſt ipſi ER, habebit AN ad ER duplá proportionem eius, quam habet latus PN ad TR. pariquè ratione quoniam PC ſimilis eſt TG, habebit PC ad TG duplam proportionem eius, quam habet idem latus PN ad
11 *quinti* TR. quare ita ſe habet AN ad ER, ut PC ad TG. & per-
16 *quinti* mutando AN ad PC, vt ER ad TG. Sed vt AN ad PC, ita eſt YK ad KV, & vt ER ad TG. ſic ZL ad LX. eandem igitur

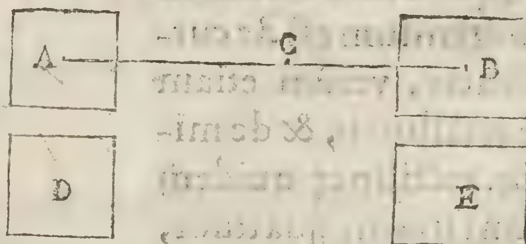
pro-

proportioné habebit YK ad KV, quam ZL ad LX. Quare AN PC, & ER TG secundùm eandem proportionem æqueponderabunt. quod quidem contingit ex similitudine figurarum, & ex centris grauitatum KL similiter positis, quę quidem magnitudines, si non essent similes, diuisę quidé per centrum grauitatis, partes vtique ęqueponderarent; non tamen semper secundùm eandem proportionem. quod tamen semper figuris similibus (cùm in ipsis grauitatis centra sint similiter posita) contingit; dummodo (vt dictum est) diuidantur. Vnde constat, quàm sit conueniens grauitatis centra in figuris hac ratione esse constituta. ex quibus omnibus perspicuum est, centra grauitatis debere in figuris similibus esse similiter posita. vt Archimedes in pręcedẽti postulato pręmisit.

VIII.

Si magnitudines ex æqualibus distantijs æqueponderant, & ipsis æquales ex ijsdem distantijs æqueponderabunt.

SCHOLIVM.



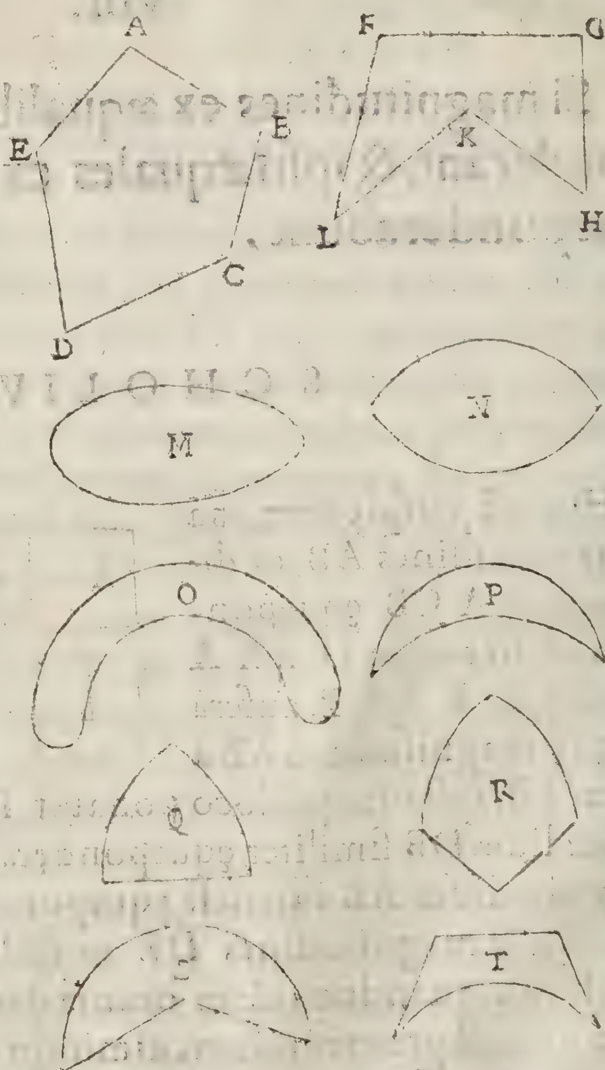
Hoc est perspicuum, nã si magnitudines AB ex distantijs CA CB ęqueponderant: sit autem D ipsi A ęqualis, & E ipsi B. auferãturquè magnitudines AB à linea AB, ipsárumquè loco ponatur D in A, & E in B, magnitudines DE similiter ęqueponderabũt. qua ratione enim magnitudines AB intersese ęqueponderare dicuntur; eadem prorsus, & magnitudines DE ex ijsdem distantijs ęqueponderabunt. quandoquidem omnia data sunt paria. illud tamen non est pretereundum, nimirum non oportere DE ipsis AB ęquales esse in magnitudine, sed in grauitate. potest enim

magnitudinum inęqualium minor maiore grauior existere, ob naturæ diuersitatem. ac propterea cùm inquit Archimedes *& ipsis æquales*, siue sint magnitudine æquales, vel inæquales, intelligendum est esse omnino æquales in grauitate. grauitas.n. causa est, vt magnitudines æqueponderare debeant.

VIIII.

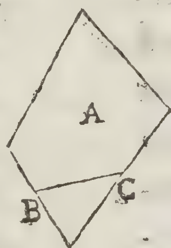
Omnis figuræ, cuius perimeter sit ad eandé partem concauus, centrum grauitatis intra figuram esse oportet.

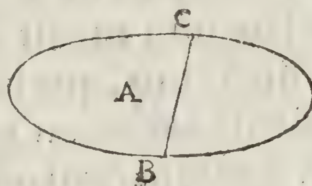
SCHOLIVM.

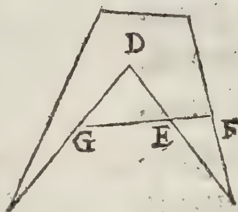


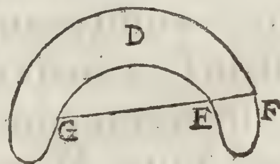
Quid intelligat Archimedes per has figuras ad eandem partem concauas, apertiùs significauit initio librorum de sphęra, & cylindro. vbi primùm vult has figuras esse terminatas; quod non solùm intelligendum est de curuilineis, verùm etiam de rectilineis, & de mixtis. rectilineę quidem erunt trium, quattuor, quinque & plurium laterum; quamuis latera non sint æqualia, neque anguli ęquales. vt

ABCDE, cuius omnes anguli sunt flexi ad interiorem figuræ partem. & hoc modo perimeter huius figuræ erit ad eandem partem concauus. vnde excluduntur figuræ, exempli gratia FGHKL; cùm angulus K non sit sinuosus, & concauus ad eandem partem, vt reliqui anguli; qui sunt sinuosi versus interiorem partem figurę; K vero ad exteriorem. simili modo intelligendum est de curuilineis, vt circuli, ellipses, vel alterius generis figuræ, vt sunt MN, quæ suam habent concauitatem ad eandem partem: sed curuilineę OP non sunt ad eandem partem concauę. Mixtæ quoque figuræ, ut sunt portiones circuli, hyperbolę, ac parabolę rectis lineis terminatę, vel alterius generis figurę, vt sunt QR. hę quidem omnes sunt ad eandem partem concauę. Mixtæ verò ST minimè. Regulam autem quandam vniuersalem ex verbis Archimedis loco citato elicere possumus, vt cognoscere valeamus, an figuræ sint ad eandem partem concauæ, vel minùs. vt scilicet in oblata figura vbicumque duo sumi possint puncta, quæ si recta linea cōnectantur, tota recta linea, vel ipsius pars aliqua extra figuram non cadat. vt in figuris A, quæ sunt ad eandē partem concauæ, vtcumque duo sumantur pūcta BC, quæ connectantur, tota utique recta linea inter puncta BC existens, extra figuram non cadet. Quòd





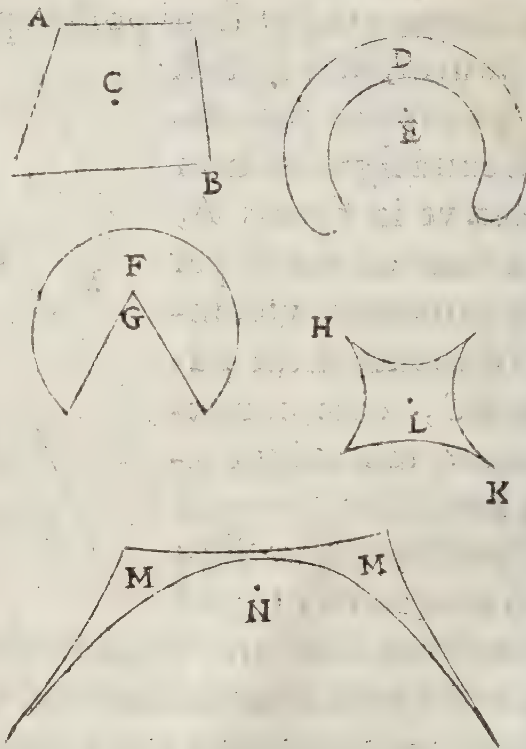




si hæc linea cum termino, hoc est cum latere figurę conueniret, vt si figuræ latus fuerit rectum, in quo duo sumantur puncta; nihilominus recta linea inter hæc puncta extra figuram non cadet: quandoquidem figuræ terminus extra figuram minimè reperitur. atque hac ratione quomodocunque, & vbicúque in his figuris duo sumantur puncta, idem semper contingет. Quod tamen figuris D semper euenire non potest: in quibus (cùm non sint ad eandem partem concauę) duo sumere

possumus puncta EG, inter quę tota recta linea EG extra figuram cadet. vel sumere possumus puncta FG, ita vt rectę lineę FG pars EG extra figuram cadat. figurę igitur, quæ ad eandem partem sunt concauæ, illę sunt, quę sinuositatem, concauitatemquè suam habent semper interiorem ipsius figurę partem respicientem. Harumquè rectè supponit Archimedes centrum grauitatis semper esse intra ipsam figuram. ita vt neque centrum esse possit in ambitu ipsius figurę. etenim si extra figuram, siue in ambitu ipsius esse posset, numquam circa centrum grauitatis partes figurę vndiquè ęquepōderarent: neque facta ex grauitatis centro suspensione figura vbicumque, & in omni situ maneret. quod tamen ex ratione centri grauitatis efficere deberet. tota nimirum figura ex vna esset parte, & ex altera nihil esset, quod ipsi figurę ęqueponderare posset. Necesse est igitur centrum grauitatis cuiuslibet figurę ad eandem partem concauę esse in spacio à figurę ambitu contento. vt figurę AB centrum grauitatis erit intra ipsam, putà in C. quod quidem non euenit semper in alijs figuris, quę suum cōcauitatis ambitum interiorem figurę partem nō respicientem habent. cùm varijs modis possit centrum grauitatis in figuris esse collocatū. vt superius quoque diximus. Nam figurę D centrū grauitatis erit extra ambitum figurę, vt in E. figura verò F ita se habere poterit, vt centrum grauitatis sit in perimetro, vt in G. euenit autē aliquando vt in figura HK centrū grauitatis L intra ipsam figuram reperiatur; quamuis concauitates laterum interiorem partem minimè respiciāt. Sed hęc possunt esse, & non esse, vt in figura M, cuius centrum extra esse potest in N. quamuis (vt antea diximus) centrum graui-

per def. cēt. grau.



tatis intra figuram semper existere aliquo modo intelligi potest.

Refert Eutocius hoc loco, Geminum rectè dicere, dum asserit Archimedem dignitates petitiones apellare. æqualia enim grauia ex distantijs æqualibus æqueponderare, dignitas est; & quæ deinceps. Verū si hæc principia ab Archimede tradita rectè perpendamus, omnia dignitates esse minimè reperiemus. nam septimum postulatum est definitio, non dignitas. veluti alia fortasse nonnulla non sunt dignitates, vt secundum; quod aliquo modo probari potest, vt diximus. sextum quoque potiùs est supposito, quàm dignitas. Quoniam autem vt clarè conspicitur, Archimedes sub vno tantùm titulo pauca hæc principia complecti voluit; quippè quod institutum quàm plurimis mathematicis solemne fuit, qui principia vnico tantùm nomine nuncuparunt, modò vno, modò altero; nimirum, vel petitionis, vel dignitatis, vt refert Proclus secundo libro, & tertio suorum commentariorum in primum elementorum Euclidis; qui de Archimede peculiariter mentionem faciens, inquit illum in his libris principia vnico tantùm nomine (petitionis scilicet) nuncupasse. Hæc tamen potiùs petitionum, quàm definitionum, vel dignitatum nomine nuncupare voluit; nam si dignitates appellasset; ea principia, quæ non sunt dignitates, inter dignitates malè collocasset. nulla quippè definitio dignitas dici debet; quandoquidem definitio terminos declarat, atque constituit. dignitas verò notos terminos copulat. Pariquè ratione si definitionis nomine hæc principia nuncupasset. dignitates malè sub hoc nomine complexus fuisset, quæ nullo modo rem definiunt, sed cùm sint communes notiones, statim cùm eas intellectus apprehendit, quiescit. Quare omnia sub petitionum nomine rectè collocauit, non est.n. absurdum dignitates, definitionesquè posse apellari petitiones. etenim petimus, quæ sunt concedenda, atque dignitates sunt concedendę, ergo eas petere quoque possumus. Definitionibus verò rectè quoque hoc nomen conuenire potest. Nam cùm definitio terminos constituat, atque declaret, cur non petere possumus, terminos sic se habere, vel sic esse rectè definitos? vt exempli gratia, petit Archimedes puncta in figuris similiter

posita,

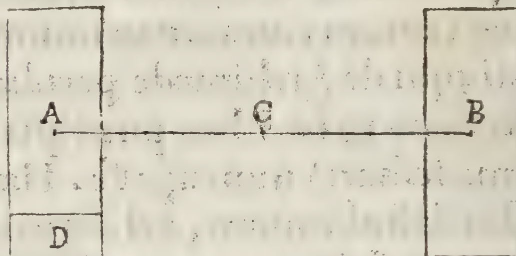
posita, ita se habere, vt sunt ab ipso definita, vel rectè esse definita puncta, quæ sunt in figuris similibus posita. Quapropter hæc principia, quoniam pauca sunt, sub petitionum nomine Archimedes rectè collocauit, quòd si multa extitissent, ea fortasse distinxisset.

His suppositis. postquã Archimedes prĩcipia posuit, ad theoremata se conuertit, & inquit, *his suppositis*, quasi dicat, ea, quæ posuimus, sufficiunt ad ostendenda theoremata, veluti.

PROPOSITIO. I.

Grauia, quæ ex æqualibus distantijs æqueponderant, æqualia sunt.

Sint AD, & B grauia, quæ ex æqualibus distantijs CA CB æqueponderent. dico grauia AD, & B intersese æqualia esse. *si enim* (si fieri potest) *essent inæqualia*; vt si AD esset grauius, quàm B; sit D excessus, quo AD grauius est, quàm B. *ablato* itaque *excessu* D *à maiori* AD, *reliqua* grauia, quæ relinquuntur AB, erunt inter se ęqualia; quę ex ęqualibus distantijs CA CB æqueponderare deberent; tamen *non æqueponderabunt*. cùm enim positum sit AD B ęqueponderare, & *ab altero æqueponderantium* AD *aliquod sit ablatum* D; reliqua grauia AB ex ęqualibus distantijs CA CB non ęqueponderabunt. quod fieri non potest; siquidem AB inter se sunt ęqualia. *Grauia igitur quæ ex æqualibus distãtiis æqueponderant, æqualia sunt*. quod demonstrare oportebat.



4. postulatum huius

contra primum post huius.

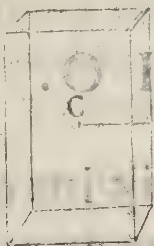
SCHOLIVM.

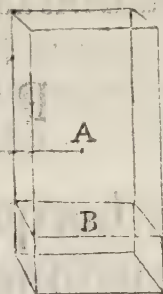
Cùm sit scopus Archimedis (vt diximus) in primis octo theorematibus, fundamentum tradere in hac scientia præci-

puum, nempè magnitudinum grauitates interſe ita ſe habere, vt diſtantiæ permutatim ex quibus ſuſpenduntur ſe habẽt. primùm incipit oſtendere, quomodo ſe habeant grauia in diſtantijs ęqualibus poſita; primùmquè in hac prima propoſitione oſtendit, ſi grauia ęqueponderant ex diſtantijs ęqualibus, ęqualia eſſe. in ſequenti verò, ſi grauia ſunt inęqualia, ex diſtantijs ęqualibus nullo modo æqueponderare oſtendet; ſed præponderare ad maius.

PROPOSITIO. II.

Inæqualia grauia ex æqualibus diſtantijs non æqueponderabunt, ſed præponderabit ad maius.





Sint grauia inęqualia AB C in diſtantijs ęqualib⁹ DA DC. ſitquè grauius AB, quàm C. dico grauia AB C non ęqueponderare, ſed maius AB deorsũ ferri. ſit B exceſſus, quo AB ſuperat C. *ablato* itaque à maiori AB *exceſſu* B, reliqua grauia AC ęqualia ex diſtantijs DA DC *æqueponderabunt. cùm æqualia grauia ex diſtantiis æqualibus æqueponderent.* ſi itaque grauia AC ęqueponderant, *adiecto igitur* ipſi A *ablato* B, *præponderabit ad maius,* hoc eſt ab deorſum tendet. *quoniam æqueponderantium altero* nempè A *adiectum fuit* B. Grauius igitur præponderat leuiori, ambobus in diſtãtijs ęqualibus poſitis. quod demonſtrare oportebat.

1 poſt huius.

3 poſt huius.

SCHOLIVM.

Hæc duo theoremata in gręco exemplari impreſſo ſequuntur quidẽ poſtulata, & reliquis theorematibus ſunt prępoſita.

quia verò inter principia collocari non possunt; cùm suas habeant propositiones, suasquè seorsum habeant demonstrationes, ideo inter propositiones ipsa collocare nobis visum est. cùm prçsertim nonnulla ex sequentibus theorematibus, potissimùm verò proximum eiusdem cum his duobus ordinis, & naturæ sint. Neque enim propterea peruertitur ordo; non enim hç propositiones in alium transferuntur locum. sed tãtùm inter alias numeris adnotantur. existimandum enim est, Archimedem propositiones in serie propositionum collocasse. hanc verò exiguam mutationem accidisse ob longitudinẽ temporis; cuius proprium est, res potiùs destruere, quàm accomodare. Hoc autem nobis hanc præbebit commoditatem, vt, quando libuerit, has propositiones numeris nominare possimus, idipsumquè numeri postulata distinguentes præstant, quamuis in Grçco codice postulata (Grçcorum more) numeris adnotata non sint.

PROPOSITIO. III.

A Inæqualia grauia ex distantijs inæqualibus æqueponderabunt, maius quidem ex minori.

Sint inæqualia grauia AD, B; B *sitquè maius AD,* excessus verò, quo AD superat B, sit D. *æquepõderentquè* AD B *ex distantiis AC CB. ostendendum est, minorem esse* distantiã *AC ipsa CB. Non sit quidem, si fieri potest,* AC minor, quàm CB; erit nimirum, vel çqualis, vel maior. Quòd si AC fuerit çqualis ipsi CB, *ablato enim excessu* D, *quo AD superat B. cùm ab æqueponderantium altero ablatum sit aliquid,* grauia AB non æqueponderabunt; sed *præponderabit ad B. non præponderabit autem; existente enim AC æquali CB,* cùm ab inçqualibus grauibus AD B ablatus sit excessus D, *grauia,* quæ relinquuntur AB, erunt interse *æqualia;*

4 post huius.
1 post huius.

quæ

quæ *ex distantiis æqualibus* AC CB *æqueponderarent.* at non ęque ponderant, quod est absurdum. distantia igitur AC ipsi CB æqualis esse non potest. *si uerò AC maior fuerit CB*; ablato similiter excessu D, nihilominus ęqualia grauia AB non ęque ponderabunt, sed *inclinabitur ad A. æqualia enim grauia* AB *ex distantiis inæqualibus non æqueponderant, sed inclinatur ad maiorem distantiam* AC. ergo totum AD multò magis præponderabit, quàm B. quod fieri non potest. posita enim sunt æqueponderare. Quare AC maior esse non potest, quàm CB. sed ostensa est, neque ipsi CB æqualis esse: *ac propterea minor est AC, quàm CB. Manifestum est itaque grauia ex distantiis inæqualibus æqueponderantia, inæqualia esse; maiusquè in minori* distantia *existere.* quod oportebat demonstrare. 2 post huius.

SCHOLIVM.

In propositione verba illa, *maius quidem ex minori*, non habẽtur integra in codice græco, qui sic habet, καὶ τό ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος vbi desiderari videtur μέιζον, vt integrè ita legatur, καὶ τό μέιζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος. A

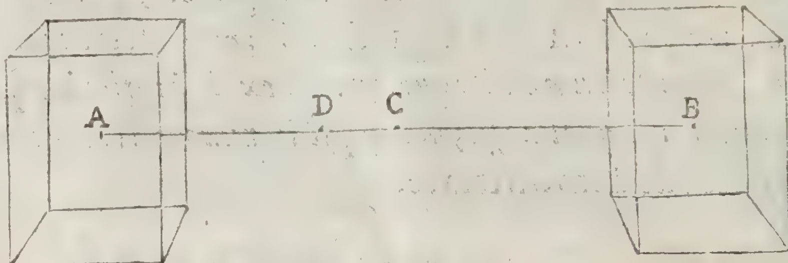
Sitquè maius A. Græcus codex, καὶ ἔσω τὸ α, vbi similiter supplendum est, καὶ ἔσω μέιζον τὸ α. Hæc verò ita sunt omnino restituenda, quia in vltima demonstrationis conclusione inquit Archimedes, *Manifestum est itaque grauia ex distantiis inæqualibus æqueponderantia inæqualia esse; maiusquè in minori existere.* B

Postquã Archimedes duabꝰ primis ꝓpositionibꝰ ostẽdit, quõ se hẽant grauia ex distãtijs ęqualibꝰ; in hac tertia cõuertit se ad ostẽdẽdũ, quõ se hẽnt ex distãtijs inęqualibꝰ. & qñ in secũdo postulato assũpsit, quõ se hẽnt grauia ęqualia in distãtijs inęqualibus cõstituta; nimirũ qđ est in lõgiori distãtia, prępõderat ei, qđ est in breuiori. nũc ostẽdit, quõ inęqualia grauia se hẽnt, ita vt ęquepõderẽt, in distãtijs inęqualibus posita. demõstratquè graue maius in breuiori distãtia eẽ oportere, minꝰ verò graue in lõgiori. & ecce quomodo Archimedes paulatĩ deducit nos in cognitionẽ principalis fundamẽti, qđ scilicet graue ad graue est, vt distãtia ad distãtiã ꝑmutatim. Ex hoc.n. primùm cognoscimus grauius in minori, leuius autẽ in maiori distantia esse debere, si ęqueponderare debent.

F PRO-

PROPOSITIO. IIII.

Si due magnitudines æquales non idem centrũ grauitatis habuerint, magnitudinis ex vtrisque magnitudinibus compositæ centrum grauitatis erit medium rectæ lineæ grauitatis centra magnitudinum coniungentis.

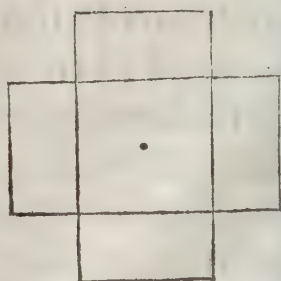


Sit quidẽ A centrũ grauitatis magnitudinis A. B uerò sit cẽtrũ grauitatis *magnitudinis B. iunctaque AB bifariam diuidatur in C. dico magnitudinis ex utrisque magnitudinibus compositæ centrum* grauitatis *esse punctum C. si. n. non; sit utrarumque magnitudinum AB centrum grauitatis D. si fieri põt. Quòd autem sit in linea AB, præostensum est. Quoniam igitur punctum D cẽtrũ est grauitatis magnitudinis ex AB cõpositæ, suspẽso pũcto D,* magnitudines AB *æqueponderabunt. magnitudines igitur AB* ęquales *æqueponderant ex distantiis AD DB* inęqualibus existentibus; *quod fieri non potest. æqualia. n.* grauia *ex distantiis inæqualibus non æquepõderãt.* Nõ est igitur D ipsarũ magnitudinũ cẽtrũ grauitatis.. *Quare manifestum est punctum C centrũ esse grauitatis magnitudinis ex AB compositæ.* quod demonstrare oportebat.

def. centri graui. contra 2. post huius

2 post huius.

SCHOLIVM.



Possunt magnitudines ęquales idẽ centrũ grauitatis habere, vt duo parallelogrãma æqualia ad rectos sibi inuicẽ angulos existentia: triãgulũ quoque & parallelogrãmũ interse æqualia. p̃terea cubos, piramides, cylindros, & huiusmodi alias magnitudines ęquales idẽ grauitatis cẽtrũ hẽre intelligere possumus. propterea in propositione cùm inquit Archimedes *si duæ magnitudines æquales non idem centrum grauitatis*

habuerint.

habuerint. intelligendum est his verbis Archimedem suppo- nere magnitudines ita esse constitutas, vt à centro ad centrum duci possit recta linea. quod idem obseruandum est in prima propositione secundi libri huius.

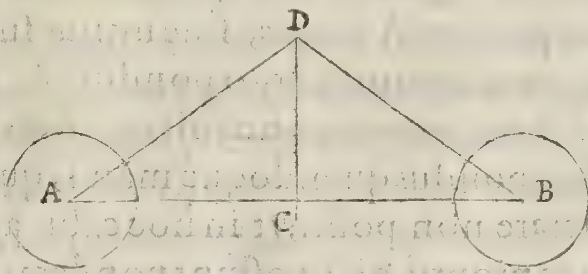
Sũmoperè aũt animaduertẽda sunt nõnulla, quibus vtitur Archimedes in hac propositione, cùm sint communissima, & maximè vtilia in hac scientia. ac primùm quidem considerandum occurrit, quid sibi vult Archimedes per magnitudinem ex vtrisque magnitudinibus AB compositam. Nam magnitudines AB sunt inuicem separatę, & sunt duę, ipse autem vtramque vnam tantùm considerat. quod quidem ita intelligendũ est. quoniã scilicet recta linea AB eas coniungit; ideo Archimedes considerat vnam tantùm esse magnitudinẽ; quę constat ex ipsis AB, & efficitur vna magnitudo à linea AB. cuius munus est non solùm connectere magnitudines AB, ita vt neque ad se ampliùs accedere, neque recedere inuicem possint; sintquè ab hac linea quasi compulsę eundem semper interse seruare situm: verùm etiam si suspendantur ex C, intelligendum est linea AB in rectitudinem iacere, insuperquè sustinere magnitudines AB. Neque magis vna est magnitudo quadrilaterum, pẽtagonum, cubus, & huiusmodi aliæ, quàm sit magnitudo, quæ componitur ex magnitudinibus AB vnà cum linea AB. quòd si est vna tantùm magnitudo, ergo vnum habet cẽtrum grauitatis. Archimedes igitur quęrit centrum grauitatis huiusce magnitudinis; demonstratquè centrum esse in puncto C, quod est medium lineæ AB. notandum est autem Archimedem non considerare grauitatem lineę AB, vt potè, quę longitudo tantùm existat. Quòd si quis etiam mente concipere vellet lineam AB grauitate prędită esse; nihilominus centrum grauitatis lineę AB similiter esset in eius medio C. nam longitudo AC longitudini CB est æqualis; ac propterea hę quidem longitudines essent interse se ęqueponderantes. Quare, siue cõsiderata grauitate lineę AB, siue minùs, centrum grauitatis magnitudinis ex AB compositę est mediũ rectę lineę, quæ centra grauitatis magnitudinũ coniungit. Et hoc modo si plures etiam essent magnitudines à recta linea coniunctę, eodem modo eas pro vna tantùm ma-

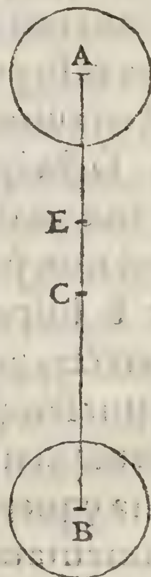
gnitudine ex plurib⁹ magnitudinibus composita accipere poterimus, veluti Archimedes in sequentibus accipiet.

Argumentandi modus inest in hac demonstratione maxima consideratione dignus, & huius scientiæ maximè proprius. cùm enim dixisset Archimedes posito centro grauitatis magnitudinis ex AB compositæ in puncto D, statim infert. *Quoniam igitur punctum D centrum est grauitatis magnitudinis ex AB composita, suspenso puncto D, magnitudines AB æqueponderabunt.* hoc est si magnitudo ex AB composita suspendatur ex D, manebit, vt reperitur; nec amplius in alteram partem inclinabit. quod euenit ob naturam centri grauitatis, quod talis est naturæ (sicuti initio explicauimus) ut si graue in eius centro grauitatis sustineatur, eo modo manet, quo reperitur, dũ suspenditur; partesquè undiquè æqueponderant. & ob id si magnitudo ex AB composita suspendatur in eius centro grauitatis, manet; partesquè AB æqueponderant. ac propterea quando in sequentibus quærit Archimedes, quoniam grauia æqueponderare debent, tunc tantùm quærit ipsorum cẽtrum grauitatis, ut in sexta, septimaquè propositione inquit Archimedes magnitudines ęqueponderare ex distantijs, quę permutatim proportionem habent, ut ipsarum grauitates, in demõstratione tamen quærit, vbi nam est cẽtrum grauitatis magnitudinis ex vtrisquè compositę. quo inuento, statim necessariò sequitur, magnitudines, si ex ipso centro suspendantur, æqueponderare.

Hinc colligere possumus alterum argumentandi modum, conuerso nempè modo, veluti in eadem figura, si dicamus grauia AB suspensa ex C æqueponderant, statim inferre possumus, punctum C ipsorum simul grauium, hoc est magnitudinis ex ipsis AB compositę centrum esse grauitatis. Quare ad se inuicem conuertuntur, hoc punctum est horum grauium centrum grauitatis, ergo hęc grauia ex hoc puncto æqueponderant; & è conuerso, nempè hæc grauia ex hoc puncto æqueponderant, ergo idem punctum est ipsorum cẽtrum grauitatis. sed aduertendum hanc sequi conuertibilitatẽ, quãdo præfatum punctum est in recta linea, quæ centra grauitatum ponderum coniungit; deinde quando hęc linea non est

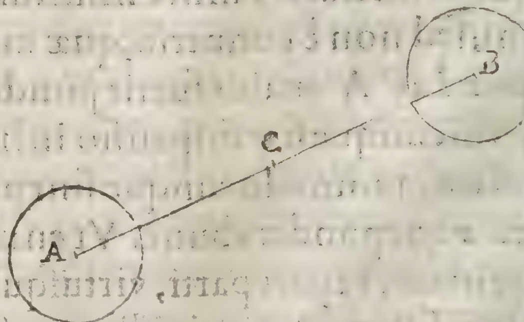
horizonti perpendicularis. secus autem minimè. Nam si pondera AB sint in libra ADB, quę sit arcuata, vel angulum cõstituat, siue intelligatur libra recta linea AB, cui affixa sit perpendicularis CD. vt in tractatu de libra nostrorum Mechanicorum diximus. suspendantur autem pondera AB ex D, & æqueponderent; nõ sequitur tamen, ergo D cẽtrum est grauitatis magnitudinis ex AB compositę. centrum enim grauitatis in linea existit AB quæ centra grauitatis magnitudinum AB coniungit, nempe in C. Verùm coniungat recta linea AB centra grauitatis æqualium ponderum AB, lineaquè AB, cuius medium sit C, in centrum mundi tẽdat, magnitudoquè ex ipsis AB composita vbicunque suspendatur in linea AB, vt in E; manebunt vtique pondera AB ex E suspensa, vt in prima propositione de libra nostrorum Mechanicorum ostendimus. cùm C sit ipsorum centrũ grauitatis, & EC sit horizonti erecta. Et quamuis magnitudo ex ipsis AB composita ex E suspensa maneat; non propterea sequitur ergo E centrum est grauitatis magnitudinis ex ipsis AB compositę. nisi fortè accidat suspensio ex puncto C. Præterea verò aduertendum est in hoc casu põdera AB, dici quidem posse, manere, non autem æqueponderare. omnia nimirum, quę æqueponderant, manent; sed non è conuerso, quæ manent, æqueponderant. Nam si pondus A maius fuerit pondere B; siue B maius, quàm A, vbicunque fiat suspensio in linea AB, semper ob eadem causam, quomodocunque sint pondera, manebunt; non tamen æqueponderabunt. Vt enim pondera æqueponderent, requiritur, vt pars parti, virtusquè vnius virtuti alterius hinc inde resistere, & æquipollere possit; vt propriè dici possint põdera æqueponderare. & vt hoc euenire possit, oportet, vt par-





tes

tes ex determinatis distantijs determinatas quoque habeant grauitates; si ex dato puncto æqueponderare debent. Quòd si in hoc casu datum fuerit punctum C, ex quo pondera AB ex æqualibus distantijs CA CB ęquepo nderare debeant: oporteret, vt pondera AB (ex demonstratis) semper essent æqualia. Quoniã autẽ quomodocũque sint pondera, hoc est, siue pondus A maius, siue minus fuerit, quàm B, manent, si igitur dixerimus, ergo pondus A ponderi B ęqueponderat; esset omnino inconueniens. cùm ex ijsdem distantijs eidẽ põderi pondus quandoquè maius, quandoquè minus ęqueponderare non possit; vt in hoc casu accidere potest. Quocirca nec propriè dici possunt pondera, siue in libra AB, siue ex distantijs CA CB constituta esse. Vndè neque Archimedis propositiones in hoc casu sunt intelligendę. quandoquidem in his propriè quærit ponderum, magnitudinumquè æqueponderationes. neque enim in hac quarta demonstratione in hoc casu potuisset Archimedes absurdum ostendere, si C nõ est grauitatis centrum magnitudinis ex AB compositæ, sit E. facta igitur ex E suspensione, magnitudines æquales AB ex inæqualibus distantijs EA EB ęqueponderabunt. quod fieri non potest, non enim hoc est absurdum; cùm pondera ex E suspensa maneãt. idcirco quando linea AB est horizõti erecta; propriè ad rem nostram minimè pertinet. Ex dictis igitur semper valet consequentia, hoc punctum horum ponderum centrum est grauitatis, ergo si ex hoc suspendantur, põdera ęqueponderant. non autem è conuerso. nisi quando argumentatio sumitur semper ex recta linea, quæ centra grauitatis magnitudinum coniungit, & quando hęc linea non est horizonti erecta. hac enim ratione quocunque modo recta linea se habeat, semper sequitur idem. Vt si linea AB fuerit, siue nõ fuerit horizonti æquidistans, ipsius medium C centrum erit grauitatis magnitudinis ex magnitudinibus AB æqualibus compositę. vnde sequi



tur, si appendantur pondera AB ex C, æqueponderare. & è conuerso, si AB pondera ex C æqueponderant, ergo C centrum grauitatis existit. ex quibus sequitur lineam AB, põderaquè manere eo modo, quo reperiuntur. vt in nostro mechanicorum libro in eodem tractatu de libra demonstrauimus, & aduersus illos, qui aliter sentiunt, abundè satis disputauimus.

post quartam propositionem.

In demonstratione autem huius quartæ propositionis inquit Archimedes. *Quòd autem sit in linea AB, præostensum est.* quasi dicat Archimedes, se priùs ostendisse centrum grauitatis magnitudinis ex AB compositæ esse in linea AB; quod tamen in ijs, quæ dicta sunt, non videtur expressum. virtute tamen si consideremus ea, quę in prima, tertiaquè propositione dicta sunt, facilè ex his concludi potest, centrum grauitatis magnitudinis ex duabus magnitudinibus compositæ esse in recta linea, quæ ipsarum centra grauitatis coniungit. Quare meminisse oportet eorum, quę a nobis in expositione primi postulati huius dicta fuere, nempè Archimedem supponere, distantias esse in vna, eademquè recta linea constitutas. ideoquè in prima propositione cum inquit, Grauia, quę ex distãtijs ęqualibus æquepõderãt, æqualia esse interse; Archimedesquè demõstrat, quòd quando æqueponderant, sunt æqualia: ex dictis sequitur, si æqueponderant, ergo centrum grauitatis magnitudinis ex ipsis compositę erit in eo puncto, vbi æqueponderant; hoc est in medio distantiarum, lineę scilicet, quę grauiũ centra grauitatis coniungit. quod idem est, ac si Archimedes dixisset. Grauia, quę habent centrum grauitatis in medio lineę, quę magnitudinum centra grauitatis coniungit, ęqualia sunt interse. cuius quidem hęc quarta propositio videtur esse conuersa. quamuis Archimedes loco grauium nominet magnitudines. Prętereà in tertia propositione, quoniam ostẽdit Archimedes, inęqualia grauia ęqueponderare ex distãtijs inęqualibus, ita vt grauius sit in minori distantia, sequitur ergo centrum grauitatis est in eo puncto, vbi æqueponderant; & idem est, ac si dixisset, inæqualium grauium centrum grauitatis est in recta linea, quæ ipsorum centra grauitatis coniungit; ita vt sit propinquius grauiori, remotius uerò leuiori.

vnde ſequitur centrum grauitatis ipſorum grauium ubicumque eſſe poſſe in recta linea, quę ipſorum centra grauitatis cõiungit. Ex quibus concludi poteſt, cẽtrum grauitatis magnitudinis ex duabus magnitudinibus compoſitę eſſe in recta linea, quæ ipſorum centra grauitatis connectit.

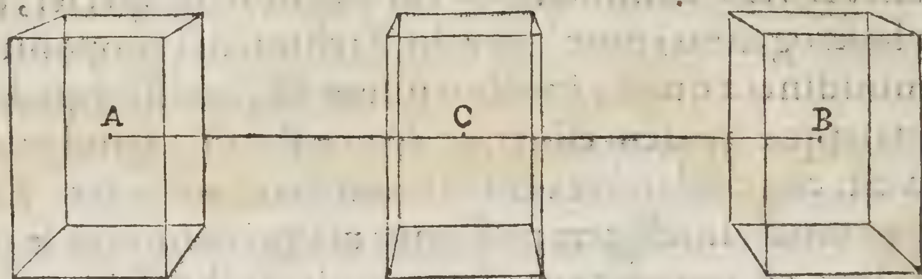
Poſtremò notandum eſt, Archimedem ea, quæ in ſuperioribus propoſitionibus nuncupauit grauia, in hac quarta propoſitione, veluti etiam in ſequentibus, non ampliùs grauia, ſed (vti diximus) magnitudines nominare, quod quidem his de cauſis id ab ipſo factum exiſtimo. primùm enim, quia in his expreſsè quærit centrum grauitatis; quod quidem cẽtrum, quamuis ſit centrum grauitatis, potiùs reſpicit magnitudinẽ, quàm graue aliquod. Nam cùm dicimus centrum grauitatis, ſtatim innuimus ſitum, ſitum inquàm determinatum figuræ, in qua eſt; ſiquidem centrum grauitatis eſt punctum, & (vt ita dicam) punctum grauitatis eius, in quo eſt. & ideo, quoniam magnitudo formam habet determinatam, centrũ grauitatis rectè poteſt reſpicere ſitum reſpectu magnitudinis, in qua eſt; quod tamen efficere non poteſt reſpectu grauis. etenim graue, ut graue eſt, non habet formam determinatã; cùm eadem grauitas eſſe poſſit in cubo, in piramide, aliiſquè corporibus quibuſcunque, modò minoribus, modò maioribus, prout ſunt diuerſarum ſpecierum. quare centrum grauitatis non poteſt reſpicere ſitum in grauibus, quatenus grauia cõſiderantur; ſed quatenus magnitudines exiſtunt. Præterea Archimedes loco grauium magnitudines nominat, quia eas diuiſibiles conſiderat, quod eſt proprium magnitudinis; vt in ſexta, ſeptima, & octaua propoſitione. & quamuis, dum diuidũtur magnitudines, grauia quoque diuiſa proueniant; non tamen propterea grauia diuiduntur, ut grauia. nõ.n. hoc ipſis competit, vt grauibus; ſed vt magnitudinibus, quæ ſunt per ſe diuiſibiles. Archimedes igitur his de cauſis nomen grauiũ in magnitudines mutauit. in ſuperioribus enim theorematibus pertractauit, quomodo res æqueponderant ex diſtantijs modò æqualibus, modò inæqualibus. & quoniam res ęquepõderant, prout ſunt magis grauia, & minùs grauia; non ut sũt maiores, vel minores magnitudines, ſiquidem talis naturæ

eſſe

esse potest minor magnitudo, quę maiore magnitudine alterius naturę grauior existat; proinde Archimedes in superioribus rectè grauia nuncupauit; optimèque in his magnitudines vocat. At verò aduertendum est, quòd quamuis Archimedes in his magnitudines nominet, non propterea existimandum est, eum intelligere magnitudines tantùm; sed magnitudines grauitate prędita, ita ut in ipsis omnino grauitatem respiciat. Etenim pluribus modis intelligere possumus magnitudines, vel enim ut sint inter se eiusdem speciei, vel diuersæ; nec nõ insuper homogeneæ, vel heterogeneæ. vt in hac propositione quãdo Archimedes pponit duas magnitudines ęquales, tũc intelligere possumus eas esse eiusdem speciei, & homogeneas; quæ, cùm sint æquales, erit & grauitas vnius grauitati alterius æqualis. si verò consideremus eas esse diuersæ speciei, & etiam heterogeneas; tunc quando Archimedes proponit has magnitudines æquales; intelligendum est, eas esse æquales in grauitate; quæ quidem efficit, vt demonstratio, quod propositum est, concludat. vt ex eius demonstratione patet. Et his quoque modis intelligere possumus magnitudines in sequentibus vsque ad nonam propositionem in quibus scilicet intelligere possumus magnitudines esse non solùm eiusdem speciei, vel diuersæ, verùm etiam & homogeneas, & heterogeneas. ut post septimam clariùs ostendemus. Verùm demonstrationes clariores redduntur, si intelligamus magnitudines esse eiusdem speciei, & homogeneas, in quibus grauitas magnitudini respondet, vt si ipsarum altera fuerit alterius dupla, & grauitas vnius grauitatis alterius dupla existat. Quòd si magnitudo fuerit alterius tripla, vel quadrupla, &c. erit & grauitas grauitatis tripla, vel quadrupla, & sic deinceps. deinde si magnitudo bifariam diuisa fuerit, & ipsius grauitas in duas ęquas partes sit quoque diuisa. quòd si magnitudo in plures diuidatur partes, & grauitas quoque in totidem eiusdem proportionis diuisa proueniat.

PROPOSITIO. V.

Si trium magnitudinum centra grauitatis in recta linea fuerint posita, & magnitudines æqualem habuerint grauitatem, ac rectæ lineæ inter centra fuerint æquales, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositæ centrum grauitatis erit pũctum, quod & ipsarum mediæ centrum grauitatis existit.



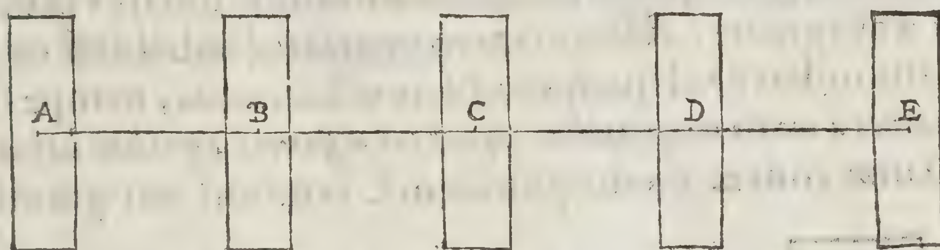
Sint tres magnitudines ACB. ipsarum autem centra grauitatis sint puncta ACB in recta linea ACB *posita. sint verò magnitudines ACB æquales; rectæque lineæ AC CB* inter centra ipsarum *æquales. Dico magnitudinis ex omnibus* ACB *magnitudinibus compositæ centrũ grauitatis esse punctum C.* quod est centrum grauitatis mediæ magnitudinis. *Quoniam enim magnitudines AB æqualem habent grauitatem;* magnitudinis ex vtrisque AB compositæ *centrum grauitatis erit punctum C: cùm sint AC CB æquales.* sitquè propterea punctum C medium rectæ lineę AB. *Sed & magnitudinis C cẽtrum grauitatis est* idem *punctum C.* punctum ergo C triũ magnitudinum ABC centrum quoque grauitatis erit. *Quare patet magnitudinis ex omnibus magnitudinibus* ACB *compositæ centrum grauitatis esse punctum, quod &* magnitudinis *mediæ centrum grauitatis existit.* quod demonstrare oportebat.

4 *huius.*

COROLLARIVM. 1.

Ex hoc autem manifestum est, si quotcunque magnitudinum,& numero imparium,centra grauitatis in recta linea constituta fuerint; & magnitudines æqualem habuerint grauitatem;rectæquè lineæ inter ipsarum centra fuerint æquales, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositæ centrum grauitatis esse punctum, quod & ipsarum mediæ centrum grauitatis existit.

SCHOLIVM.



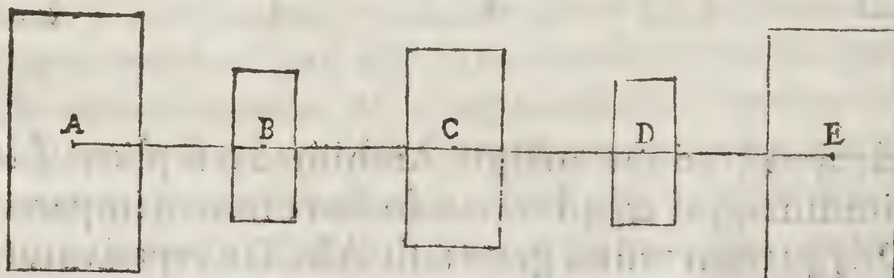
Ex demonstratione colligit Archimedes si plures fuerint magnitudines,quā tres;dummodo sint numero impares, vt ABCDE; quarum centra grauitatis ABCDE reperiantur in linea recta AE. fuerint autem hę magnitudines æquales in grauitate. insuper rectę lineę AB BC CD DE, quę sunt inter cētra grauitatis, fuerint æquales: magnitudinis ex omnibus magnitudinibus ABCDE compositæ centrum grauitatis esse punctum C. quod est centrum grauitatis magnitudinis mediæ.

Eodem enim modo, ac primùm quidem ex demonstratione patet punctū C centrum esse grauitatis triū magnitudinū BCD, & quoniam AB BC sunt æquales ipsis CD DE,

erit AC ipſi CE ęqualis. cùmquè ſit grauitas magnitudinis 4 huius. A ęqualis grauitati ipſius E, erit itidem punctum C magnitudinum AE centrum grauitatis. ergo punctum C magnitudinis ex omnibus magnitudinibus ABCDE compoſitæ centrum grauitatis exiſtit.

Quòd ſi fuerint adhuc plures magnitudines, impares verò extiterint; quæ ita ſe habeant, vt expoſitum eſt; ſimiliter oſtẽdetur, centrum grauitatis mediæ magnitudinis centrum eſſe grauitatis magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compoſitæ.

* In hoc corollario, verba illa, *& magnitudines æqualem habuerint grauitatem* in greco codice ita habentur. ὡκα τατε ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσου μεγέθεος ἴσον βάρος ἔχωντι. quorum multa ſuperuacanea nobis viſa ſunt; loco quorum (vt arbitror) rectè congruẽt καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχωντι, vt vertimus. Nam ſi ordinis atque cõditionum propoſitę propoſitionis ratio habenda eſt, oportet vt magnitudines ęqualem habeant grauitatem; Nam & Archimedes in ſequentibus demonſtrationibus ijs vtitur, ut ſunt æquegraues. Adhuc tamen veritatem habebit ſi cæteris conditionibus illud quoque addere voluerimus, nempe ſi *magnitudines à media magnitudine æqualiter diſtantes æqualem habuerint grauitatem* eodem modo punctum C centrum erit grauitatis



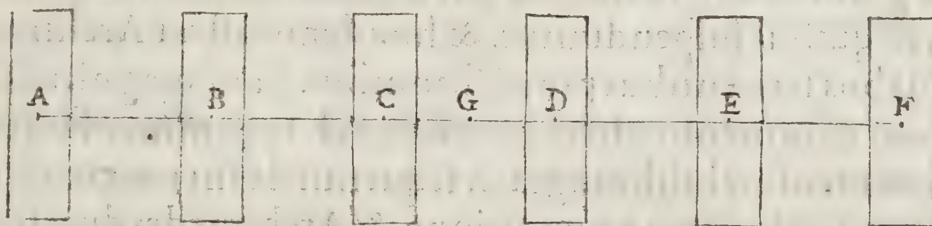
magnitudinis ex omnibus ABCDE compoſitę, Nam ſi magnitudines à media magnitudine ſunt ęquegraues; ęqualem quoque habebunt grauitatem magnitudines AE; veluti magnitudines BD, quæ æqualiter à media magnitudine C diſtant. & quamuis non ſint omnes æquegraues, ſufficit, vt AE quæ ęqualiter à media magnitudine diſtant, ſint ęquegraues. ſimiliter BD ęquegraues. Eadem enim ratione, quoniam BD ſunt æquegraues, & diſtantiæ BC CD ęquales; erit C ipſa-

rum

rum BD centrum grauitatis. pariquè ratione C erit centrum grauitatis magnitudinum AE ęquegrauium. cum ſint AC CE ęquales, & idem C eſt grauitatis centrum magnitudinis C. ergo punctum C magnitudinis ex omnibus magnitudinibus ABCDE compoſitę centrum grauitatis exiſtit.

COROLLARIVM. II.

Si verò magnitudines fuerint numero pares; & ipſarum centra grauitatis in recta linea extiterint, magnitudineſquè æqualem habuerint grauitatem, rectæquè lineæ inter centra fuerint æquales: magnitudinis ex omnibus magnitudinibus cõpoſitæ centrum grauitatis erit medium rectæ lineæ, quæ magnitudinum centra grauitatis coniũgit. vt in ſubiecta figura.



SCHOLIVM.

Colligit prǣterea Archimedes ſi magnitudines ABCDEF fuerint numero pares, quarum centra grauitatis ABCDEF in recta linea AF ſint conſtituta; magnitudineſquè ſint æquales in grauitate; ſintquè inter centra lineę AB BC CD DE EF æquales. diuidatur autem AF bifariam in G. erit punctum G centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus compoſitæ. quod quidem, figura tantùm inſpecta, perſpicuum eſt. Cùm enim magnitudines AF ſint æquegraues, & AG GF

ſint

4 huius. ſint æquales, erit G centrum grauitatis magnitudinis ex AF compoſitæ. quia verò AB eſt ipſi EF æqualis, reliqua BG ipſi GE æqualis exiſtet. & ſunt magnitudines BE ęquegraues, erit idem G centrum grauitatis magnitudinũ BE. ſimiliter cùm ſit BC æqualis DE, relinquetur CG ipſi GD ęqualis; magnitudinesquè CD ſunt ęquegraues. ergo pũctum G cẽtrum eſt quoque magnitudinum CD. Vnde ſequitur, punctũ G magnitudinis ex omnibus magnitudinibus ABCDEF cõpoſitæ centrum grauitatis exiſtere.

* Hoc quoque loco verba illa *magnitudineſquè æqualem habuerint grauitatem*. Græcus codex ita mendosè legit. καὶ τά μέσα αὐτης ἴσον βάρος ἔχοντι, quæ quidem verba hoc modo reſtitui poſſunt. καὶ τα μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχωντι.

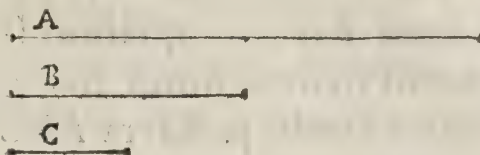
In præcedenti propoſitione oſtendit Archimedes, quomodo ſe habet centrum grauitatis magnitudinis ex duabus magnitudinibus ęqualibus compoſitæ. In hac autem demõſtrat, vbi ſimiliter grauitatis centrum reperitur inter plures magnitudines æquegraues, & inter ſe ęqualiter diſtantes. ex quibus tandem colliget fundamentum ſæpiùs dictum. nempè ſi magnitudines ęqueponderare debent; ita ſe habebit magnitudinum grauitas ad grauitatem, ut ſe habent diſtantiæ permutatim, ex quibus ſuſpenduntur. & hoc demonſtrat Archimedes in duabus ſequentibus propoſitionibus. nam magnitudines, vel ſunt commenſurabiles interſeſe, vel incommenſurabiles. de commenſurabilibus aget in ſequenti: de incommenſurabilibus verò in ſeptima propoſitione. & Archimedes duas ſequẽtes propoſitiones ueluti coniunctas proponit. Nam in ſexta inquit *Magnitudines commenſurabiles*, &c. in ſeptima uerò inquit, *Si autem magnitudines fuerint incommenſurabiles*, quaſi vna tãtùm ſit propoſitio in duas partes diuiſa, ita ut neque numeris eſſent diſtinguendę, ſed pro vna tantùm propoſitione ſummẽdæ. ob ſequentis autem demonſtrationis faciliorem intelligẽtiam hęc priùs præmittimus.

LEMMA.

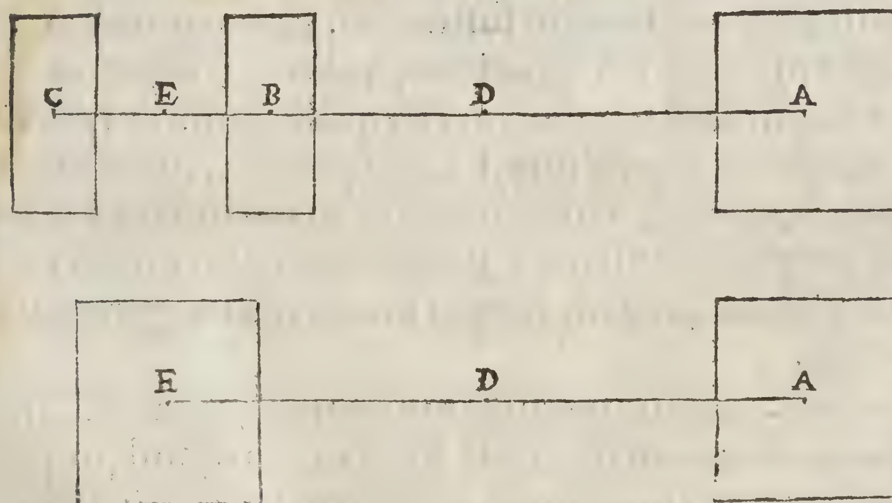
Si duę fuerint magnitudines inæquales, quarum maior ſit alterius dupla, tertia verò quędam magnitudo minorem metiatur.

tiatur. maiorem quoque in partes numero pares metietur.

Sint duę inęquales magnitudines AB, sitquè A ipsius B duplex. magnitudo autē C magnitudinē B metiatur. Dico C magnitudinē A metiri, mensurationesquè numero pares esse. Quoniam enim C metitur B, eodem numero C metietur medietates ipsius A, quæ sunt ipsi B æquales. ergo duplo plures erunt numero mensurationes ipsius A, quàm ipsius B. quare mensurationes ipsius A sunt numero pares. duplum enim semper paritatem secum affert. quod demonstrare oportebat.



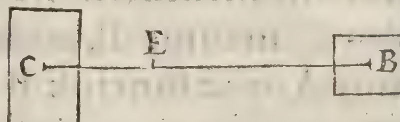
Porrò maxima in his duabus sequentibus propositionibus adhibenda est diligentia; quibus tota rerum Mechanicarum ratio innititur. Quocirca vt harum propositionum demonstrationes perfectè intelligere possimus; præter eos argumentandi modos, quorum ante quintam huius propositionem meminimus; alterum quoque modum, quo Archimedes in



hac sexta propositione vtitur, nouisse oportet. vt scilicet, si magnitudo A æqueponderat ipsis BC facta suspensione ex pūcto D; ita scilicet, vt D sit centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus ABC magnitudinibus compositæ; ipsarum verò

magnitudinum BC, hoc eſt magnitudinis ex BC compoſitæ centrum grauitatis ſit punctum E; auferantur verò BC à linea EA, & ipſarum loco ponatur in E magnitudo; quæ ſit vtriſque ſimul BC ęqualis, vt in ſecunda figura. Dico eodem modo pondera ABC ęqueponderare in prima figura, veluti grauia AE in ſecunda.

Primùm autem, vt hoc rectè perpendamus, intelligantur pondera BC (vt in tertia figura) ſeorſum à linea CA, & penès diſtantias EC EB conſtituta. quorum quidem pōderum ſit centrum grauitatis E. ſi igitur intelligatur potentia in E ſuſtinere pondera BC, hoc eſt pondus ex ipſis BC compoſitum: pondera utique manebunt. quòd ſi ambo pependerint, vt quinquaginta, potentia in E tantùm quinquaginta ſuſtinebit. quoniam totum ſuſtinebit pondus ex ipſis compoſitum, auferantur verò pondera BC à ſitu BC, intelliganturquè pondera eſſe in E conſtituta; hoc eſt vnum ſit pondus ex ipſis ſimul iunctis compoſitum, cuius cētrum grauitatis ſit in E conſtitutum; tunc eadem potentia in E eodem modo hoc pondus ſuſtinebit; propterea quod eodē modo quinquaginta tantùm ſuſtinebit. Quare pondera BC tā ex diſtantijs EC EB grauitant, quàm ſi vtraque in E conſtituta fuerint; vel quod idem eſt, quàm pondus ipſis BC ſimul æquale in E poſitum. Ex quo patet id, quod initio prę fati ſumus, nempe, vnumquodquè graue in eius centro grauitatis propriè grauitare. Quocumque enim modo eadē grauia ſeſe habent, eodem ſemper modo in eius grauitatis cētro grauitant.

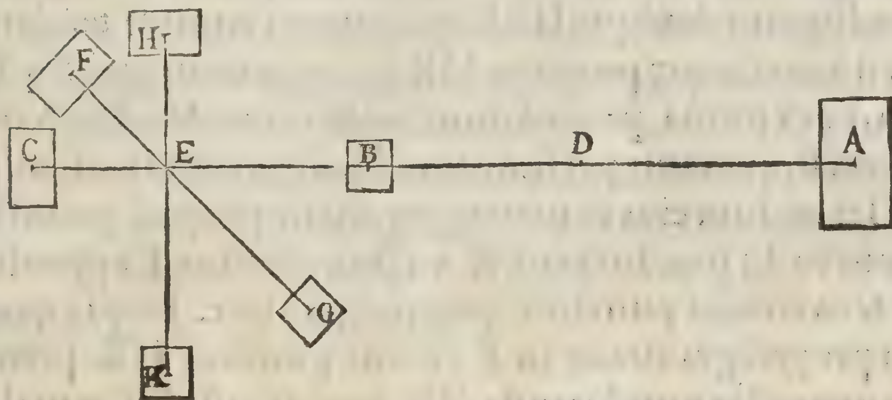


per def. cent. grau.

Quibus cognitis, intelligantur nunc grauia BC in linea CA poſita eſſe; ut in ſuperiori figura: & ut quod propoſitum fuit, oſtendatur; hoc modo argumentari licebit. Quoniam enim magnitudines BC ſuam habent grauitatem in E, ſiquidem pro vna tantùm intelliguntur magnitudine ex BC compoſita, cuius punctum E centrum grauitatis exiſtit. in ſecūda verò figura magnitudo E ſimiliter ſuam habet grauitatē in puncto E; quod eſt eius centrū grauitatis. atque magnitu

do E estipsis BC simul sumptis ęqualis. distantię verò AD, DE sunt æquales,cum sint ęedem; erit vtique punctum D in secunda figura centrum grauitatis magnitudinis ex AE compositæ,veluti D in prima figura ipsarum ABC centrum grauitatis existit. ac propterea in vtraque figura pondera æqueponderabunt:

Cæterum hoc quoque ostendemus hoc pacto.



Iisdem namque positis; æqueponderarent scilicet grauia ABC facta ex D suspensione. sitquè punctum E centrum grauitatis ponderum CB. quæ quidem pondera CB grauitatis centrum habeant in linea CB. Dico pondus A ponderi ipsis CB simul sumptis æquali in E constituto æqueponderare. Mente concipiamus distantias EC EB, manente centro E, circa ipsum circumuerti posse; vt modò sint in FEG, modò in HEK. similiter intelligantur pondera CB, modò in FG, modò in HK existere. Quoniam igitur punctum E centrum est grauitatis ponderum CB; erit idem E (cùm situm non mutet) centrum grauitatis ponderum in situ FG, ac ponderum in HK existentium. Quia verò vnumquodque pondus (ex dictis) propriè in eius centro grauitatis grauitat; pondera simul CB siue sint in FG, siue in HK, propriè in puncto E grauitabunt. At verò quoniam idem

pondus vnam & eandem semper habet grauitatem; erit pōdus ex CB compositum æquegraue, tam in situ CB, quàm in FG, & in situ HK. considerando nempe pondera CB (ut re vera sunt) nil aliud esse nisi vnum tantùm pondus ex CB compositum. Ex quibus perspicuum est, punctum E eodem semper modo grauitare. Quare quoniam pondera CB in situ CB ipsi A ęqueponderant, suamquè habent grauitatem in puncto E; eadem pondera CB siue sint in FG, siue in HK, eidem ponderi A æqueponderabunt. siquidem propriè semper grauitant in E, & eandem semper habent grauitatē Intelligatur denique HEK in centrum mundi tendere; eruntvtique vtraque pondera HK, tanquam in puncto E cō stitutá, vt ex prima propositione nostrorum Mechanicorum elici potest, quamuis per se notum sit. siquidem seorsum pondus H secundùm eius centrum grauitatis propriè grauitat super puncto E; pondus verò K est, tanquam ex E appensum; vndè & in eodem puncto E quoque grauitat. Itaque quoniá ambo propriè grauitant in E, erunt pondera HK perinde, ac si vnum esset pondus ipsis HK, hoc est ipsis CB æquale, cuius centrum grauitatis sit in E constitutum. at verò pondus A ipsis CB in situ HK existentibus æqueponderat. ergo idē pondus A ipsis CB in E constitutis, hoc est ponderi ipsis CB simul sumptis ęquali in E posito æqueponderabit. quod demonstrare oportebat.

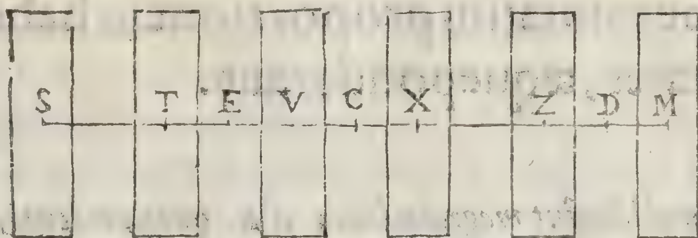
Quod idem quoque, si plura essent pondera, similiter ostendetur.

Valet itaque consequentia, punctum D centrum est grauitatis magnitudinis ex ponderibus ABC compositę; ergo idem punctum D centrum est grauitatis ponderis in A, & pō deris ipsis BC simul ęqualis in E constituti. ex quo consequitur, quòd si magnitudines ABC ex D æqueponderant, ergo ex eodem D magnitudo ipsis BC simul æqualis in E posita, & magnitudo A æqueponderabunt. quòd si rectè perpendamus, nil aliud sunt pondera in BC, nisi magnitudo in E constituta, siquidem punctum E ipsius centrum grauitatis existit.

In nostro autem Mechanicorum libro in quinta proposi-

tione

tione tractatus de libra duas attulimus demonstrationes ostētes duo pondera vt CB tam in punctis CB ponderare, quàm si vtraque ex puncto E suspendantur. At verò quoniam demonstrationes ibi allatæ ijs indigent, quę Archimedes in sequenti sexta propositione demonstrauit, idcirco demonstrationes illæ huic loco non sunt oportunæ; vt ex ipsis sumi possit tanquam demonstratum pondera CB, tam in punctis CB ponderare, quàm si vtraque ex E suspendantur. Quare hoc loco hę tantùm sufficiant rationes, quæ dictæ sunt. Ex quibus potest Archimedes distam consequentiam colligere; nempè magnitudines ABC ex D æqueponderant, auferantur autem BC, & loco ipsarum vtrisque simul ęquegrauis ponatur magnitudo in E; similiter hęc magnitudo ipsi A æqueponderabit. Postea verò ex ijs, quæ Archimedes demonstrauit, fieri potest regressus; vt apertiùs, manifestiùsquè cognoscere valeamus, pondera BC ita ponderare, ac si vtraque ex puncto E suspendantur.



Cęterum hoc loco Archimedes non solùm de duobus, verū etiam de pluribus ponderibus idipsum intelligendú admittit. vt si magnitudines STVXZM æqueponderent facta suspēsione ex puncto C. sitquè magnitudinum MZ centrū grauitatis D; ipsarum verò STVX sit centrum grauitatis E. si itaque magnitudines STVX, & ZM ex C æqueponderant; auferantur STVX, quarum loco ponatur in E magnitudo ipsis STVX simul sumptis ęqualis: auferanturquè ZM, atque ipsarū loco ponatur in D magnitudo ipsis ZM simul ęqualis; tunc licet inferre, ergo hæ magnitudines in ED positæ ęqueponderabunt. Quod quidem ijsdem prorsus modis ostendentur. præsertim si mente concipiamus distantias ES EX,

nec non magnitudines STVX in suis distantijs circa centrũ grauitatis E circumuerti posse; veluti distantias DZ DM, magnitudinesquè ZM circacentrum D. moueantur autem SEX, & ZDM, donec in centrum mundi vergant. similiter ostendetur magnitudines STVX esse, ac si in E essent appensę, siue constitutę; magnitudines verò ZM ac si in D positæ fuerint. &c. Ex quibus sequitur, si punctum C centrum est grauitatis magnitudinum STVXZM. ponatur magnitudo ipsis STVX simul sumptis ęqualis in E; magnitudo autem ipsis ZM simul æqualis in D; punctum C similiter ipsarum quoque centrum grauitatis existet. vnde vtroque modo æqueponderabunt. & ita in alijs, si plures fuerint magnitudines.

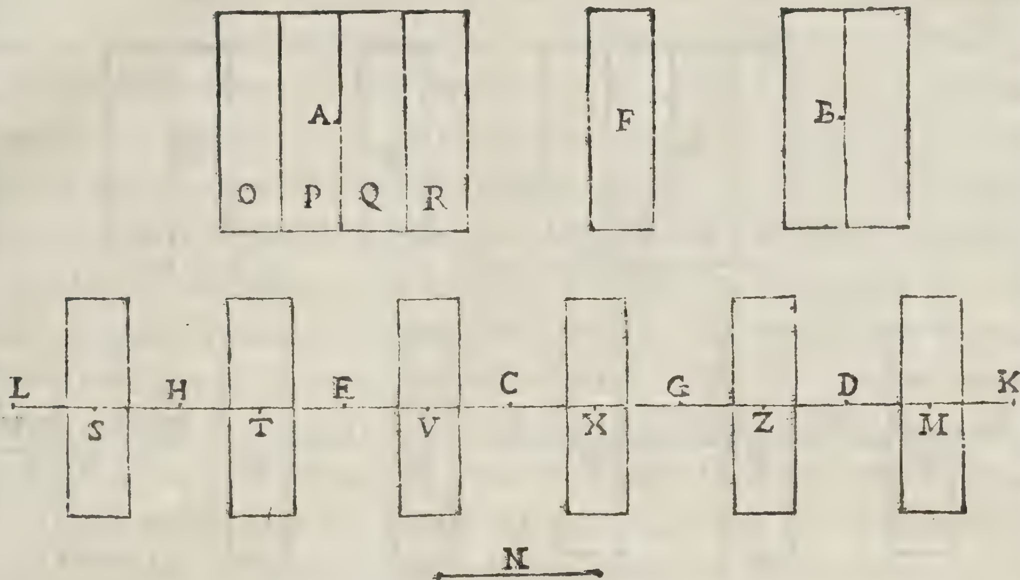
PROPOSITIO. VI.

Magnitudines commensurabiles ex distantijs eandem permutatim proportionem habentibus, vt grauitates, æqueponderant.

Commensurabiles sint magnitudines AB quarum centra grauitatis *AB*, *& quædam sit distantia ED. & vt* se habet grauitas magnitudinis *A ad* grauitatem magnitudinis *B, ita sit distãtia DC ad distantiam CE. ostendẽdũ est*, si centra grauitatis AB fuerint in punctis ED constituta, hoc est A in E, & B in D; *magnitudinis ex vtrisquè* magnitudinibus *AB compositæ centrum grauitatis esse punctum C. Quoniam enim ita est* magnitudo *A ad* magnitudinem *B, vt DC ad CE. est autem* magnitudo *A ipsi B commensurabilis; erit & CD ipsi CE commensurabilis; hoc est recta linea rectæ lineæ* commensurabilis existet. *Quare ipsarum EC CD communis reperitur mensura. quæ quidem sit N. deinde ponatur ipsi EC æqualis vtraque DG DK; ipsi verò DC æqualis EL. & quoniam æqualis est DG ipsi CE*, communi addita CG, *erit DC ipsi EG æqualis*; sed DC est ipsi EL ęqualis: *erit igitur LE æqualis ipsi EG.* quare vtraque LE EG ęqualis est ipsi DC. *ac propte*

ex 3 decimi.

rea dupla est LG ipsius DC. quia verò vtraque DG DK æqualis facta est ipsi CE, erit *& ipsa quoque GK ipsius CE* dupla. *Quare N vtrãque LG Gk metitur, cùm & ipsarum medietates* DC CE

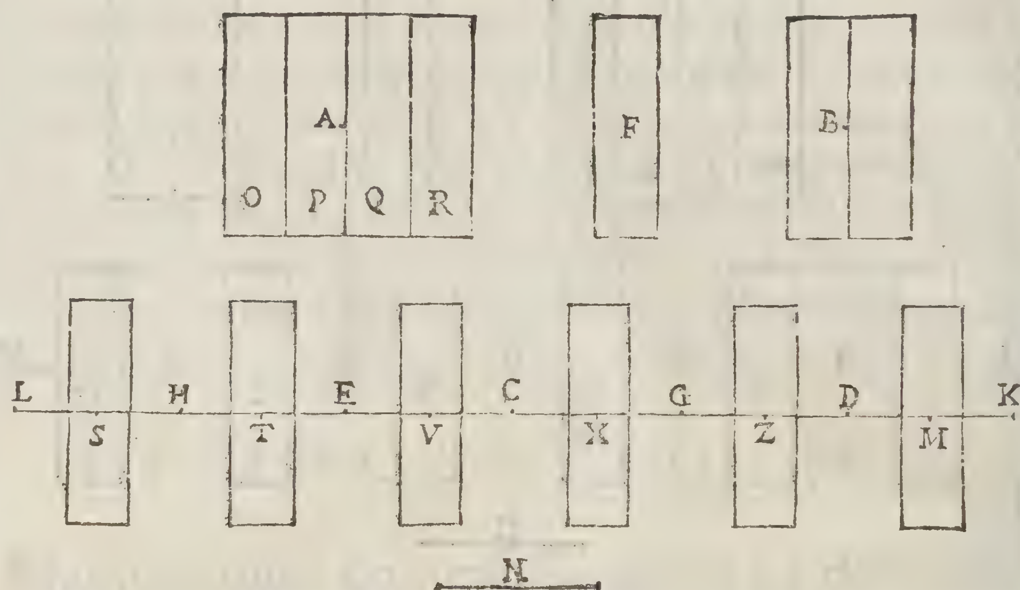


metiatur. *Et quoniam* magnitudo *A ita est ad* magnitudinem *B, vt DC ad CE, ut autem DC ad CE, ita est LG ad GK, utraque enim vtriusque duplex existit* (siquidem LG dupla est ipsius DC, & GK itidem ipsius CE duplex) *erit* magnitudo *A ad* magnitudinem *B, ut LG ad Gk*; & conuertendo magnitudo B ad magnitudinem A, vt KG ad GL. *Quotuplex autem est LG ipsius N, totuplex sit* magnitudo *A ipsius F, erit vtique LG ad N, vt* magnitudo *A ad F, atqui est KG ad LG, vt* magnitudo *B ad* magnitudinem *A:* LG verò ad N est, vt magnitudo A ad ipsã F, *ex æquali igitur erit KG ad N, vt* magnitudo *B ad F. quare æquemultiplex est* kG *ipsius N, veluti* magnitudo *B ipsius F. demonstratũ aũt est* magnitudinẽ *A ipsius F multiplicem esse*, siquidem est magnitudo A ad ipsam F, vt LG ad N, quæ quidem LG multiplex est ipsius N. *qua propter F ipsarum AB communis existit mensura. Itaque diuisa LG in partes* LH, HE, EC, CG, *ipsi N æquales*, cadent vtique diuisiones in punctis EC, quoniam N ipsã EC metitur, nec non ipsam quoque LE metitur; cùm sit LE ipsi CD æqualis. eruntquè diuisiones LH, HE, EC, CG, numero pares; cùm N dimidiam ipsius LG, hoc est CD metiatur.

11 quinti.
cor. 4. quinti.
22. quinti.
lemma.

A verò:

A verò similiter diuisa in partes OPQR *ipsi F æquales; sectiones* LH, HE, EC, CG *in LG existentes magnitudini N æquales, erunt numero æquales sectionibus* OPQR *in* magnitudine *A existentibus ipsi F æqualibus.* Diuidantur sectiones LH, HE, EC,



CG bifariam in punctis STVX. *si itaque in vnaquaque sectione ipsius LG apponatur magnitudo æqualis ipsi F, quæ centrum grauitatis habeat in medio sectionis*; vt si in LH ponatur magnitudo S, in HE magnitudo T, in EC magnitudo V, & in CG magnitudo X; ipsarumque vnaquæque STVX sit ipsi F æqualis: habeat verò magnitudo S suum grauitatis centrũ, quod sit punctum S, in medio sectionis LH, nempè in pũcto S; similiter cæteræ magnitudines TVX habeant cẽtra grauitatis; quæ sint puncta TVX, in medio sectionum HE, EC, CG, in punctis nempè TVX. erunt centra grauitatis magnitudinum STVX in recta linea constituta. & quoniam SH dimidia est ipsius LH, veluti HT ipsius HE, erit ST ipsius LE dimidia, vnaquæque verò LH HE dimidia quoque est ipsius LE, siquidem LH, HE inter se sunt æquales; erit igitur ST vnicuique LH, & HE æqualis. eodemquè prorsus modo ostendetur TV equalem esse vnicuique HE EC. & VX æqualem EC. & CG. & quoniam omnes

LH, HE, EC, CG, interse sunt æquales; erunt ST TV VX interse æquales. quare lineæ inter centra grauitatis magnitudinum STVX existentes sunt interse equales. *omnes verò magnitudines* STVX simul *sunt æquales ipsi A*, quandoquidem ipsis OPQR, & numero, & magnitudine sunt equales; ergo *magnitudinis ex omnibus* magnitudinibus STVX *compositæ centrum grauitatis erit punctum E. cùm omnes* magnitudines STVX *sint numero pares*. quippe cùm sint in sectionibus LH HE EC CG numero paribus. *& LE ipsi EG æqualis existat.* quòd si LE est ipsi EG æqualis, demptis æqualibus LS GX æqualibus, siquidem sunt dimidiæ sectionum LH CG æqualium: erunt SE EX interse æquales, vnde ex præcedenti colligitur, punctum E centrum esse grauitatis magnitudinum STVX. *similiter autem ostẽdetur, quòd si* diuidatur GK in partes GD DK ipsi N æquales; cadet vtique diuisionum aliqua in pũcto D; siquidem N ipsas GD DK metitur; cùm vtraque sit æqualis ipsi EC. diuisionesquè GD DK numero pares erunt; cùm N dimidiam ipsius GK, ipsam scilicet EC metiatur. si itaque diuidatur GD DK bifariam in punctis ZM. deinde diuidatur magnitudo B in partes ipsi F æquales; sectiones GD DH in GK existentes ipsi N æquales, erunt numero æquales sectionibus in magnitudine B existentibus ipsi F æqualibus. quare *vnicuique partium ipsius GK apponatur magnitudo æqualis ipsi F; centrum grauitatis habens in medio sectionis*; vt ponitur magnitudines ZM in sectionibus GD DK, ita vt magnitudinum centra grauitatis, quæ sint ZM, in medio sectionum GD DK, in punctis nempè ZM sint constituta, *omnes autem magnitudines* ZM simul *sunt æquales ipsi B. magnitudinis ex omnibus* magnitudinibus ZM *compositæ centrum grauitatis erit punctum D.* cùm sit ZD equalis DM. *sed* magnitudines STVX sunt magnitudini A æquales, & ZM ipsi B ergo *magnitudo A est* tanquam *imposita ad E, ipsa verò B ad D.* eodem scilicet modo se habebit magnitudo A imposita ad E, vt se habent magnitudines STVX; ipsa verò B se habebit ad D, vt magnitudines ZM. *sunt autem magnitudines* STVXZM *interse æquales*, cùm vnaquæque sit ipsi F equalis; suntquè omnes, (hoc est ipsarum centra grauitatis) *in recta linea positæ; quarum centra grauitatis posita sunt interse*

ex 2. cor.

lemma.

æqualiter

æqualiter diſtantia; ſiquidem oſtenſum eſt ST TV VX interſe æquales eſſe. Eodemquè modo oſtendetur XZ ZM cæteris æquales eſſe. *& ſunt* magnitudines STVXZM *numero pares*, cùm ſectiones totius LK, (in quibus inſunt) ipſi N æquales ſint interſe ęquales, & numero pares. cùm oſtenſum ſit ſectiones in LG, & in Gk exiſtentes numero pares eſſe. *conſtat magni-* 2. cor. quintæ huius. *tudinis ex omnibus* STVXZM magnitudinibus *compoſitæ centrum grauitatis eſſe medietatem rectæ lineæ, in qua centra grauitatis magnitudinum habentur.* * *Itaque cùm LE ſit æqualis CD, EC verò ipſi Dk, tota LC æqualis erit CK.* cùm autem ſint LHDK æquales; ſiquidem ſunt eidem N æquales. & harum medietates, hoc eſt LS ipſi MK ęqualis erit. & ob id SC ipſi CM eſt æqualis. at verò linea SM magnitudinum centra grauitatis coniūgit, *ergo magnitudinis ex omnibus* STVXZM magnitudinibus *compoſitæ centrum grauitatis eſt punctum C. Quare* loco magnitudinum STVX, *poſito* centro grauitatis *A ad E; B verò* loco ipſarum ZM poſito *ad D,* erit punctum C grauitatis centrum magnitudinis ex vtriſque magnitudinibus AB compoſitæ. ac propterea *ex puncto C æqueponderabunt.* ergo magnitudines AB ex diſtantijs DC CE, quę permutatim eandem habent proportionem, vt grauitates, ęqueponderant. quod demonſtrare oportebat.

SCHOLIVM.

* Circa finem Gręcus codex habet, τκ κέντρα τῶν μέσων μεγεθῶν, quaſi dicat, centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus magnitudinibus STVXZM compoſitę medietatem eſſe rectę lineę VX, quę centra mediarum magnitudinum VX coniungit; quòd cùm ſint omnes magnitudines numero pares; itidē eſſet punctum C, & quamuis hoc ſit verum, non tamen ad hoc reſpexit Archimedes duabus de cauſis. Nā in ſecūdo corollario pręcedentis oſtendit centrum grauitatis omnium magnitudinum eſſe medietatem rectę lineę, quę grauitatis centra omnia coniungit. Deinde concludere volens punctum C centrū eſſe grauitatis omnium magnitudinum, ſtatim inquit hoc ſequi, quia LC eſt ipſi CK ęqualis, quę ſunt medietates totius

rectæ

rectæ lineę LK. Et non dixit, quia VC sit ipsi CX ęqualis. Quare codicem græcum ita restituendum censeo. τὰ κέντρα τῶν τοῦ βάρεος μεγεθῶν, vt vertimus.

Ob sequentis verò demonstrationis cognitionem, hoc problema priùs ostendemus.

PROBLEMA.

Duarum expositarum magnitudinum incommensurabilium altera vtcumque secetur; magnitudinem tota secta magnitudine minorem, & altero segmento maiorem, alteri verò expositæ magnitudini commensurabilem inuenire.

Sint duæ magnitudines incommensurabiles AE BC. seceturquè ipsarum altera, putà BC, vtcumque in D. oportet magnitudinem inuenire minorem quidem BC, maiorem verò BD, quæ sit ipsi AE commensurabilis. Auferatur ab AE pars dimidia, rursus dimidiæ partis ipsius AE dimidia auferatur; & eius, quæ remanet, adhuc dimidia; idquè semper fiat, donec relinquatur magnitudo minor, quàm DE. quod quidem perspicuum est posse fieri ex prima decimi Euclidis propositione. sit itaque AF, quæ minor existat, quàm DC. quippe quę AF, cùm sit ablata ex AE semper per dimidiam pa tem, metietur vtique AF ipsam AE. Deinde multiplicetur AF super BD, tum demum multiplicatio vltima, vel in puncto D cadet, vel minùs. si cadet; seceturex DE magnitudo DG ęqualis AF. quod quidem fiet, quoniã AF minor est DC. Quoniam igitur AF metitur BD, & DG; metietur AF totam BG. Sed & ipsam AE metitur; ergo AF ipsarum BG AE communis existit mensura, ac propterea BG ipsi AE commensurabilis existit; quæ quidem BG minor est BC, maior verò BD. Si verò vltima multiplicatio ip sius AF super BD non cadet in D, sed in H, erit vtique HD minor AF. nam si HD ipsi AF esset ęqualis, 1. def. decimi.

A F E H K B D G C

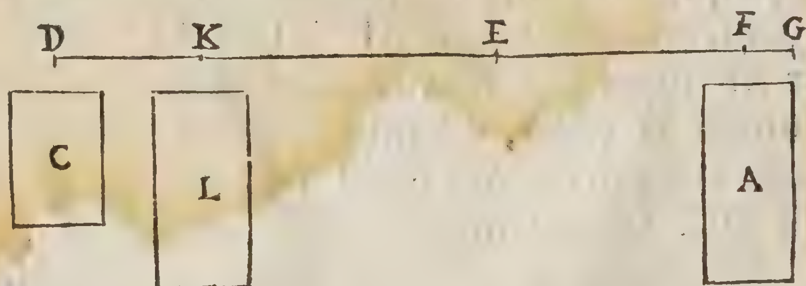
vltima multiplicatio caderet in D. si verò maior esset HD; quàm AF, tunc non esset vltima multiplicatio. quare cùm sit DC maior AF; erit & HC ipsa FA maior. si itaque fiat HK æqualis AF; erit punctum K inter puncta DC. BK igitur minor erit, quàm BC, & maior BD; eodemquè modo ostendetur AF ipsarum Bk AE communem esse mensuram. & ob id BK ipsi AF commensurabilem existere. quod facere oportebat.

Cùm autem verba sequentis demonstrationis aliquantulum sint obscura, vt vim demonstrationis rectè percipiamus, hoc quoque theorema ex ijs, quæ ab Archimede hactenus demonstrata sunt, ostendemus. ad quod demonstrandum communi notione indigemus, quam nos in nostro Mechanicorum libro posuimus. Nempè.

Quæ eidem æqueponderant, inter se æquè sunt grauia.

PROPOSITIO.

Si commensurabiles magnitudines minorem habuerint proportionem, quàm distantię permutatim habent; vt ęqueponderent, maiori opus erit magnitudine, quàm sit ea, quę ad alteram magnitudinem minorem proportionem habet.



Sint magnitudines AC commensurabiles, distantię verò sint ED EF. minorem autem habeat pro-

portionem A ad C, quàm ED ad EF. Dico, vt magnitudines ex distantijs ED EF æqueponderent, maiori opus esse magnitudine in F, quàm sit magnitudo A; ita vt ipsi C in D æqueponderare possit. fiat ED ad EG, vt magnitudo A ad magnitudinem C. Deinde fiat EK æqualis EG. exponaturquè altera magnitudo L ipsi A æqualis. Quoniam igitur minorem habet proportionem A ad C, quàm ED ad EF, & vt A ad C, ita ED ad EG; habebit ED ad EG minorem proportionem, quàm ad EF. ac propterea EF minor est, quàm EG. quoniam ausem A ad C est, vt ED ad EG, commensurabiles magnitudines AC ex distantijs ED EG æqueponderabunt. Cùm verò EK sit æqualis EG, magnitudines AL æquales ex distantis æqualibus EK EG similiter æqueponderabunt. At verò quoniam C in D æqueponderat ipsi A in G, similiter L in K eidem A in G ęqueponderat; ęqualem habebit grauitatem C in D, vt L in K. Itaque quoniam distantia EG æqualis est distantiæ Ek, longitudo EK maior erit longitudine EF. ergo magnitudines AL ęquales ex inæqualibus distantijs EK EF non ęqueponderabunt. sed magnitudo L deorsum verget. si igitur in F collocanda sit magnitudo, quæ æqueponderet ipsi L in K, proculdubiò hęc magnitudine A maior existet. Inæqualia enim grauia, nempè L, & magnitudo maior, quàm A, ex inæqualibus distantijs EK EF æqueponderant, dummodo maius, hoc est magnitudo maior, quàm A, sit in distantia minori EF. minus verò, hoc est magnitudo L, sit in minori EK. Quoniam itaque magnitudo C in D est ęquegrauis, vt L in K, magnitudo, quæ in F ipsi L in K æqueponderat, eadem quoque in F ipsi C in D æqueponderabit maior verò magnitudo, quàm sit A, in F ipsi L in K æqueponderat, ergo maior magnitudo, quàm A in F, ipsi C in D æqueponderabit. quod demonstrare oportebat.

10. quinti.

6. huius.

cõm. not.

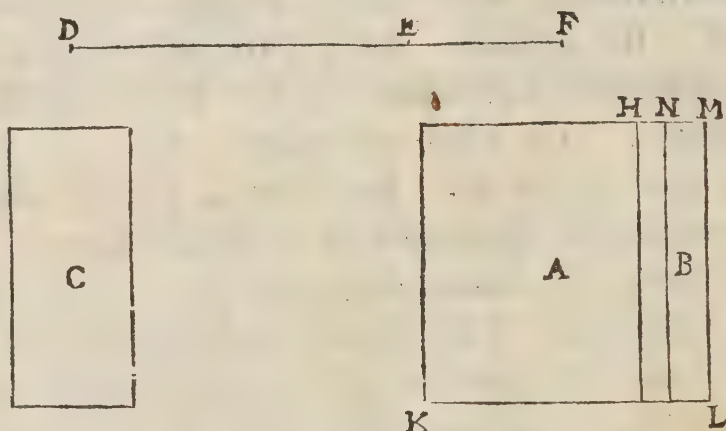
2. post huius.

3. huius.

His cognitis possumus ad Archimedis demonstrationem accedere.

PROPOSITIO. VII.

Si autem magnitudines fuerint incommensurabiles, similiter æqueponderabunt ex distantijs permutatim eandem, atque magnitudines, proportionem habentibus.



Sint incommensurabiles magnitudines AB C. Distantiæ verò DE EF. Habeat autem AB ad C proportionem eandem, quam distantia ED ad ipsam EF. Dico, si ponatur AB ad F, C verò ad D, *magnitudinis ex vtrisque AB C compositæ centrum grauitatis esse punctum E. si enim non æqueponderabit* (si fieri potest) *AB posita ad F ipsi C positæ ad D; vel maior est AB, quàm C, ita vt* AB ad F *æqueponderet ipsi C* ad D; *vel non. Sit maior;* sitquè excessus HL; ita vt KH ad F, & C ad D ęqueponderent. *auferaturquè ab ipsa AB* magnitudo NL, quæ sit *minor excessu* HL, *quo maior est* tota *AB, quàm C, ita vt æqueponderent;* vt dictũ est. *& sit quidem residuum A,* hoc est KN, *commensurabile ipsi C.* Et quoniam minor est kN quàm KM, minorem quoque

ex proximo problemate.
8. quinti.

habebit

habebit proportionem kN ad C, quàm kM ad eandem C. tota verò KM ad C eſt, vt DE ad EF; ergo KN ad C minorem habet proportionem; quàm DE ad EF. *Quoniam igitur magnitudines AC,* hoc eſt KN C, *ſunt commenſurabiles, & minorem habet proportionem A,* hoc eſt kN *ad C, quàm DE ad EF;* *non æqueponderabunt A C,* hoc eſt KN C, *ex diſtantiis DE EF, poſito quidem A,* hoc eſt KN *ad F, C verò ad D.* & vt æqueponderent, oportet, vt in F maior ſit magnitudo, quàm KN; ita vt ipſi C in D æqueponderare poſſit. Ac propterea cùm ſit kH adhuc minor, quàm KN, ſi igitur KH ponatur ad F, & C ad D, nullo modo æqueponderabunt. quod tamen fieri non poteſt. ſupponebatur enim eas æqueponderare. Non igitur magnitudo minor, quàm tota KM in F magnitudini C in D æqueponderat. *Eadem autem ratione, neque ſi C maior fuerit, quàm vt æqueponderet ipſi A*B, hoc eſt ipſi KM. etenim grauiore exiſtẽte C ad D, quàm KM ad F. primùm auferatur ex C exceſſus, quo C grauior eſt, quàm KM, ita vt æqueponderet ipſi KM. Deinde rurſus auferatur quædam magnitudo minor exceſſu, quo grauior eſt C, quàm kM, ita vt æqueponderent; reſiduum verò ſit ipſi KM commenſurabile, &c. ſimiliter oſtendetur nullã magnitudinem ipſa C minorem poſitam ad D vllo modo æqueponderare ipſi KM ad F poſitæ. Quare magnitudo C ad D, kM verò ad F ęqueponderant. Vnde ſequitur magnitudinis ex vtriſque magnitudinibus compoſitæ centrum grauitatis eſſe punctum E. ac propterea incommenſurabiles magnitudines AB C ex diſtantiis ED EF, quæ permutatim eandem habent proportionem, vt magnitudines, æqueponderare. quod demonſtrare oportebat.

ex præcedenti.
ex prima propoſitione.

SCHOLIVM.

In demonſtratione occurrit obſeruandum, quòd ſi exceſſus HL ita diuideret magnitudinem KM, vt reſiduum KH fuerit commenſurabile ipſi C; tunc abſque alia conſtructione, magnitudines commenſurabiles KH C ex diſtantijs DE EF æqueponderarent; quod fieri non poteſt. cùm minorem

habeat

habeat proportionem KH ad C, quàm ED ad EF. ſiquidē ſupponitur KM ad C ita eſſe, vt ED ad EF. Archimedes verò, vt demonſtratio abſque diſtinctione ſit vniuerſalis, pręcipit (exiſtente KH ipſi C commenſurabili, ſiue incommenſurabili) vt auferatur pars aliqua minor exceſſu HL, ut AL, ita tamen, vt reliqua KN ſit commenſurabilis ipſi C. quod quidem fieri poſſe oſtenſum eſt in proximo problemate. ex tota enim magnitudine KM partem abſcindere poſſumus, vt KN minorem quidem tota KM, maiorem verò KH, quæ ipſi C commenſurabilis exiſtat.

Cognita Archimedis demonſtratione de incommenſurabilibus magnitudinibus, idem alio quoque modo oſtendere poſſumus, applicando nempè diuiſibilitatem, & commenſurabilitatem non magnitudinibus, verùm diſtantijs. hac autem priùs demonſtrata propoſitione.

PROPOSITIO.

Si commenſurabiles diſtantię maiorem habuerint proportionem, quàm magnitudines permutatim habent; vt ęqueponderent, maiori opus erit longitudine, quàm ſit ea, ad quam altera longitudo maiorem habet proportionem.



Sint diſtantiæ DE EH commenſurabiles, magnitudines verò ſint A C. habeatquè ED ad EH maiorem proportionem, quàm A ad C. Dico vt AC ęqueponderent, maiori opus

esse longitudine, quàm sit EH. exponatur altera magnitudo G, quæ ad C eandem habeat proportionem, quàm habet DE ad EH. erunt vtique magnitudines GC inter se commẽsurabiles. Deinde fiat EK æqualis EH, exponaturquè magnitudo L ipsi G æqualis. Quoniam igitur G ad C est, vt DE ad EH, ob commensurabilitatem æqueponderabunt G in H, & C in D. similiter æqueponderabunt magnitudines æquales GL ex æqualibus distantijs EK EH. Cùm igitur C in D ipsi G in H æqueponderet; L verò in K ipsi quoque G in H æqueponderet; eandem habebit grauitatem C in D, ut L in K. Quoniam autem maiorem habet proportionem DE ad EH, quàm A ad C, & vt DE ad EH, ita est G ad C; maiorem habebit proportionem G ad C, quàm A ad C. ergo maior est G, quàm A. ac propterea magnitudo A minor est magnitudine L. posita igitur magnitudine L in K, & A in H, non æqueponderabunt; & vt ęqueponderent, oportet, vt A in longiori sit distantia, quàm sit EH: Inęqualia enim grauia LA ex inęqualibus distantijs ęqueponderant, maius quidem L in minori distantia EK, minus verò graue A in maiori, quàm sit EK, hoc est in maiori, quàm sit EH. Itaque cùm sit C in D æquegrauis, vt L in k; longitudo, quæ efficit, vt A æqueponderet ipsi L in K; eadem prorsus efficiet, vt A ipsi C in D ęqueponderare possit. A verò in maiori distantia, quàm EH, ipsi L in K ęqueponderat; ergo in maiori distantia, quàm EH, magnitudo A ipsi C in D ęqueponderabit. quod demonstrare oportebat.

6. huius. *cõmunis notio supradicta.* *10. quinti.* *3. huius.*

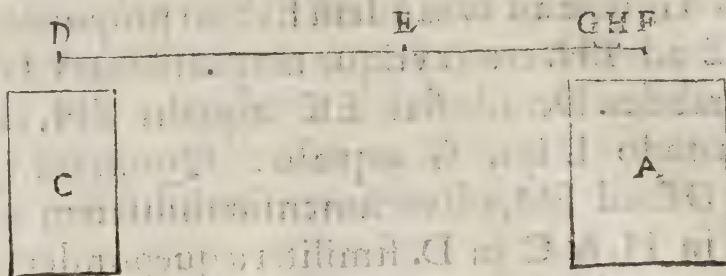
Hoc demonstrato Archimedis propositionem de incommensurabilibus magnitudinibus aliter ostendemus hoc pacto.

ALITER.

Incommensurabiles magnitudines ex distantijs permutatim eandem, atque magnitudines, proportionem habentibus; ęqueponderant.

Sint

Sint incommensurabiles magnitudines AC, distantiæ verò DE EF. sitquè vt A ad C, ita DE ad EF. Dico A in F, C verò in D æqueponderare.



Si autem (si fieri potest) non æqueponderabunt; distātiæ DE EF aliter sese habere debebunt, vt magnitudines AC ęqueponderent. Quocirca vel longior est EF, quàm opus sit, vel longior est ED. sit EF longior. sitquè excessus GF, ita vt posita magnitudine A in G ipsi C in D æqueponderet. Fiat EH maior EG, minor verò EF. sit autem EH ipsi ED commensurabilis. Quoniam igitur DE ad EH maiorem habet proportionem, quàm ad EF; & vt DE ad EF, ita est A ad C; maiorem habebit proportionem DE ad EH, quàm A ad C. suntquè longitudines ED EH inter se commensurabiles; ergo magnitudo A in H ipsi C in D non æqueponderabit, sed vt ęqueponderet, maiori opus est longitudine, quàm sit EH; ita vt A ipsi C in D æqueponderare possit. atque adeò cùm adhuc minor sit EG, quàm EH; magnitudo A in G magnitudini C in D nullo modo æqueponderabit. quod fieri non potest. supponebatur enim A in G, & C in D ęqueponderare. eademquè prorsus ratione, si ED longior fuerit, quàm opus sit, ita vt magnitudines æqueponderent, ostendetur magnitudinē C nullo pacto æqueponderare posse ipsi A in F in minori distantia, quàm DE. Quare magnitudines incommensurabiles AC ex distantijs ED EF, quæ eandem permutatim habent proportionem, vt magnitudines, æqueponderant. quod demonstrare oportebat.

problema ante 7. huius 8. quinti

ex prima propositione

In prioribus sermonibus ante quintam propositionem habitis, diximus propositionum præcedentium demonstrationes planiores euadere, si intelligamus magnitudines eiusdem esse speciei, & homogeneas. Quòd quidem si Archimedem

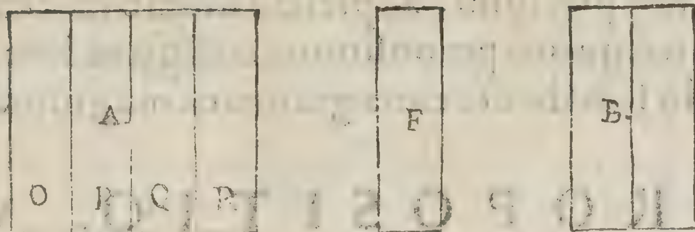
de

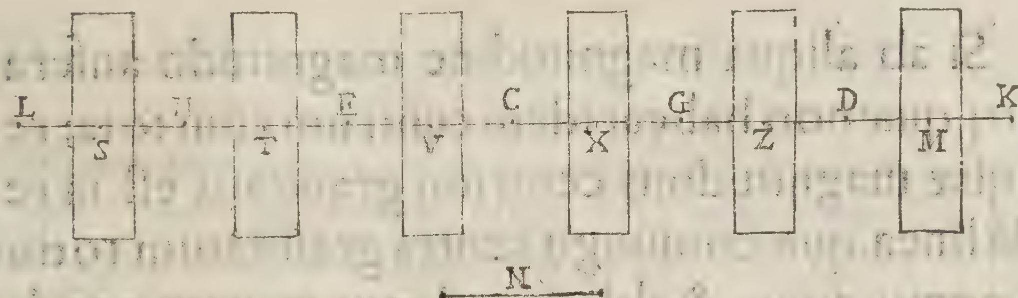
his,vel de rectilineis tantùm demonstrationes attulisse (vt nō-nulli fortasse falsò existimarunt) intelligeremus; ita vt ex Archimedis demonstrationibus non sit adhuc vniuersaliter demonstratum hoc pręcipuum fundamentum; nempè magnitudines ex distantijs permutatim proportionē habentibus, vt ipsarum grauitates, ęqueponderare; in hoc certè rationes ab Archimede allatas, ipsarumquè demonstrationum vim minimè percipiemus. Quapropter ea, quæ demonstrauit, omnibus magnitudinibus vniuersaliter competere ipsum voluisse nullatenus est dubitandum. Neque enim, vt perfectè, & vniuersaliter sciamus, magnitudines ęqueponderare ex distantijs permutatim proportionem habentibus, vt ipsarum grauitates, alijs, quàm pręcedentibus propositionibus indigemus. In hoc enim fundamento demonstrando minimè diminutus extitit Archimedes. Nam si ad propositiones ab ipso allatas, pręcipuèquè ad vim demonstrationum respiciamus, siuè magnitudines intelligantur eiusdem speciei, siue diuersę, siue homogeneę, siue heterogeneę, siue planę, siue solidę, & hę quidem, siue rectilineę, siue quomodocunque mixtę; nihilominus demonstrationes idem prorsus concludent. ita vt Archimedes non de aliquibus magnitudinibus tantùm demonstrationes attulerit; sed de omnibus prorsus demonstrauerit. In his enim Archimedes non ad magnitudines tantùm, verùm ad magnitudinum grauitates potissimùm respexit. quandoquidem loco grauium magnitudines nominat; vt post quartam huius propositionem adnotauimus. quod quidem facilè ex verbis ipsius rectè intellectis apparere potest. Nā in quarta propositione cùm inquit, *si duæ fuerint magnitudines æquales*, vt antea diximus, intelligendum est eas ęquales esse grauitate. quod non solùm ex eius demonstratione liquet, verùm etiam ex modo loquendi, quo vsus est Archimedes in alijs propositionibus. In quinta enim propositione, quę eiusdem est cum quarta ordinis, & naturę, inquit; *Si trium magnitudinum centra grauitatis in recta linea fuerint posita, & magnitudines æqualem habuerint grauitatem*. similiter post quintam demonstrationem bis quoquè eodem vtitur loquendi modo, nempè cùm adhuc proponit

plures magnitudines, inquit, *& magnitudines æqualem habuerint grauitatem*. ex quibus constat Archimedem ad magnitudinum grauitates omnino respexisse. ita vt quando Archimedes inquit, *& magnitudines æquales*, idem est, ac si dixisset, *& magnitudines æqualem habuerint grauitatem*. Præterea in sexta propositione inquit magnitudines ęqueponderare ex distantijs permutatim proportionem habentibus, vt grauitates. ita ut causa huius æqueponderationis sit (vt reuera est) magnitudinum grauitas. & quãquam in hac septima propositione dicat, magnitudines æqueponderare ex distantijs permutatim proportionem habentibus, vt magnitudines, & non dixit, vt grauitates; intelligendum tamen est, ac si dixisset, eas ęqueponderare, vt magnitudinum grauitates. hęc enim septima propositio est pars sextæ propositionis, vt iam pręfati sum⁹; vnde si in sexta magnitudines ęqueponderant ob earum grauitatem, ob eandem quoque causam & in hac septima æqueponderare debent. Pręterea in sequenti etiam propositione dum proponit ostendere quam proportionem habere debent sectiones lineę inter centra grauitatum diuisę magnitudinis existẽtes, inquit, *quam habet grauitas magnitudinis ablatæ ad grauitatem residuæ* hoc autem deinceps exponens, nõ inquit oportere sectiones lineæ eam habere proportionem, quàm grauitas ad grauitatem habet; sed horum loco inquit, quàm magnitudo ad magnitudinem. ex quibus omnibus clarè perspicitur, quòd quando Archimedes magnitudines nominat, omnino magnitudinum grauitates vult intelligere.

Ad eorum autem intelligentiã, quę dicta sunt in sexta, septimaquè propositione, earũquè demõstrationibus, obseruandũ est, quòd in sexta propositione pro magnitudinibus commensurabilibus intelligere oportet magnitudines grauitate commensurabiles; ita nempe, vt numeris exprimi possint; quamquam non sint mole, & magnitudine commensurabiles, vt in figura sextę propositionis magnitudo A ponderet exempli gratia vt XVI. B verò vt VIII. intelligaturq; F magnitudinũ

AB cõmunis menſura in grauitate, ita vt ſit æquegrauis vnicuique parti OPQR, quæ quidem, & ſi non ſint magnitudine interſe ęquales, ſufficit, vt ſint æquegraues: veluti magni





tudines quoque STVX interſe, ipſisq́; OPQR tantùm ęque graues; ita ut vnaquæque ponderet, vt IIII. veluti etiam partes ipſius B, & vnaquæque ZM. hiſquè ita poſitis demõſtratio rectè concludet.

In hac verò ſeptima Archimedis propoſitione ſimiliter intelligantur magnitudines kMC incommenſurabiles grauitate, vt in eius figura grauitas ipſius C ponderet, vt XII. grauitas verò ipſius KM maior ſit, quàm XX. ita vt hę grauitates ſint incommenſurabiles. auferaturquè grauitas exceſſus HL, quæ ſit vt IIII. ita vt quæ relinquitur grauitas, ipſius nẽpè KH, quę quidem maior eſt, quàm XVI, in F poſita, grauitati ipſius C, quæ eſt XII, in D poſitæ æqueponderet, Auferatur deinde NL minor exceſſu HL; cuius quidem grauitas ſit maior, quàm II. ita vt grauitas reſidui KN, quæ nimirum ſit XVIII, ſit commenſurabilis grauitati XII. ipſius C. & quãuis magnitudines KM C, & KN C ſint, vel nõ ſint interſe magnitudine cõmenſurabiles, vel incom-

reſpice figurã ſeptimæ propoſitionis Archimedis.

menſurabiles; eadem prorſus demonſtratio idem concludet. quæ quidem omnia in ſequenti quoque propoſitione conſiderãda occurrunt. Vnde perſpicuum eſt has Archimedis propoſitiones, ac demonſtrationes vniuerſaliſſimas eſſe, atque omnibus, & quibuſcunque magnitudinibus conuenientes.

Iacto hoc præcipuo, ac præſtantiſſimo mechanico fundamento; in ſequenti propoſitione colligit ex hoc Archimedes, quomodo ſe habent centra grauitatis magnitudinis diuiſæ.

PROPOSITIO. VIII.

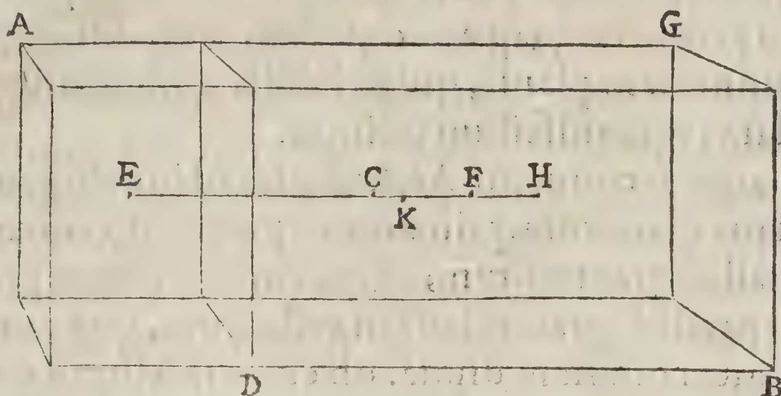
Si ab aliqua magnitudine magnitudo auferatur; quæ non habeat idem centrum cum tota; reliquæ magnitudinis centrum grauitatis eſt in recta linea, quæ coniungit centra grauitatum totius magnitudinis, & ablatæ, ad eam partem producta, vbi eſt centrum totius magnitudinis, ita vt aſſumpta aliqua ex producta, quæ coniungit cẽtra prædicta eandem habeat proportionem ad eam, quæ eſt inter centra, quam habet grauitas magnitudinis ablatæ ad grauitatem reſiduæ, centrum erit terminus aſſumptæ.

Sit alicuius magnitudinis AB centrum grauitatis C. auferaturquè ex AB magnitudo AD; cuius centrum grauitatis ſit E. coniuncta verò EC, & ex parte C producta, aſſumatur CF, quæ ad CE eãdem habeat proportionem, quam habet magnitudo AD ad DG. oſtendendum eſt, magnitudinis DG centrum grauitatis eſſe punctum F. Nõ ſit autem; ſed, ſi fieri poteſt, ſit punctum H. Quoniam igitur magnitudinis AD centrum grauitatis eſt punctum E; magnitudinis verò DG eſt punctum H; magnitudinis ex vtriſque magnitudinibus AD DG, compoſitæ centrum grauitatis erit in linea EH, ita diuiſa, ut partes ipſius permutatim eandem habeãt proportionem, vt magnitudines. Quare non

ex præcedentibus.

erit

erit punctum C ſecundùm diuiſionem proportione reſpondentem prædictæ. vt ſcilicet ſit HC ad CE, vt AD ad DG. etenim ut AD ad DG; ita factũ fuit FC ad CE. ſi igitur ſecetur linea EH ſecundùm proportionem ipſius AD ad DG; non terminabit



diuiſio ad punctum C. cùm ſit impoſſibile eandem habere proportionem FC ad CE, quam HC ad eandem CE. diuiſio igitur ad aliud terminabitur punctum, vt K; ita vt HK ad KE ſit, vt AD ad DG. vnde ſequitur punctum K centrum eſſe grauitatis magnitudinis ex AD DG compoſitæ. *Non eſt igitur punctum C centrum magnitudinis ex AD DG compoſitæ; hoc eſt ipſius AB. eſt autem; ſuppoſitum eſt enim* ipſum eſſe. *ergo neque punctum H centrum eſt grauitatis magnitudinis DG.* eſt igitur punctum F; quod quidem eſt terminus productę lineę CF; quæ eandam habet proportionem ad lineam CE inter centra exiſtentem; quam habet grauitas magnitudinis AD ad grauitatem ipſius DG. quod demonſtrare oportebat. *ex præcedentibus.*

SCHOLIVM.

In hac demonſtratione intelligendum eſt etiam punctum H eſſe poſſe extra lineam EF, ita vt EFH non ſit recta linea. quòd ſi H non eſſet in linea EF, idem ſequi abſurdum adeò perſpicuum eſt; vt nec demonſtratione egeat. Quoniam ſi intelligatur H extra lineam EF; iuncta EH, & ita diuiſa intelligatur, vt ipſius partes permutatim grauitatibus magnitudinum AD DG reſpondeant; eſſet vtique hoc punctum inuẽtum, quod extra lineam EF reperiretur, centrum grauitatis to

tius

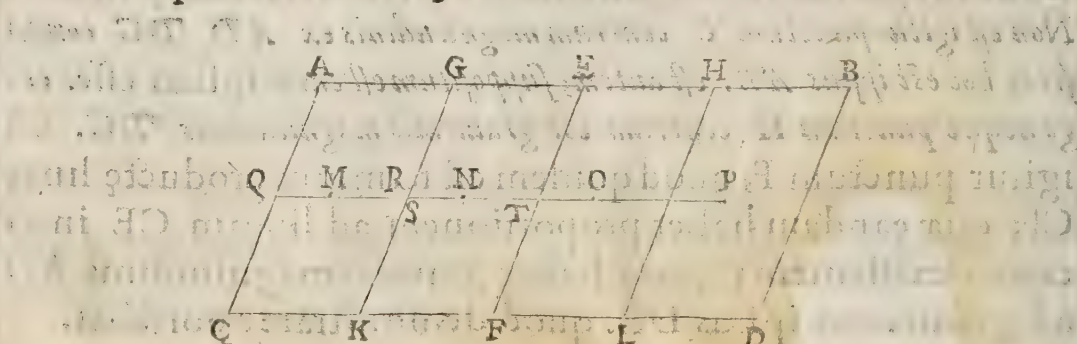
tius AB quod fieri non poteſt. ſiquidem eſt punctum C, vt ſuppoſitum fuit. Vnde neque illud punctum H ipſius DG cẽtrum grauitatis exiſteret.

HIc eſt terminus primę partis principalis, in qua Archimedes (vt initio diximꝰ) de magnitudinibꝰ, & de grauibus in communi pertractauit; quandoquidem propoſitiones, ac demonſtrationes tam planis, quàm ſolidis quibuſcunque ſunt accomodatæ; vt manifeſtum fecimus.

Nunc itaque ſe conuertit Archimedes ad inueſtigandũ centra grauitatis planorum. primùmque perquirit centrum grauitatis parallelogrammorum; oſtendetque centrum grauitatis cuiuſlibet parallelogrammi eſſe in recta linea, quæ coniungit oppoſita latera bifariam diuiſa. ob cuius intelligentiam hæc priùs lemmata in vnum collecta nouiſſe erit valdè vtile.

LEMMA.

Sit parallelogrammum ABCD, cuius oppoſita latera AB CD ſint bifariam diuiſa in EF. connectaturque EF, quæ nimirum æquidiſtans erit ipſis AC BD. Deinde diuidatur v-



naquæque AE EB in partes numero pares, & inuicem ęquales; vt in AG GE; & EH HB. ducaturque GK HL ipſi EF ęquidiſtantes. ſit verò centrum grauitatis ipſius AK punctum M. ipſius verò GF punctum N, & ipſius EL punctum O: deniquè ipſius HD punctum P. Dico primùm pũcta MNOP eſſe in linea recta. deinde lineas MN NO OP inter centra exiſtentes inter ſe æquales eſſe. Deniquè centrum grauitatis parallelogrammi AD eſſe in linea NO, quę coniungit centra grauitatis ſpatiorum mediorum; parallelogrammorum ſcilicet GF EL.

Ducan-

Ducantur à punctis MN ipsi AGE equidistantes QMR SNT. erunt vtique AQRG, & GSTE parallelogramma. Quoniam igitur parallelogramma AK GF in æqualibus sunt basibus AG GE, & in ijsdem parallelis; erunt AK GF interse equalia. & quoniam AC GK EF sunt equidistãtes; erit angulus CAG ipsi KGE equalis, & KGA ipsi FEG æqualis; & horum oppositi interse sunt equales; ergo parallelogrammum GF ipsi AK equale, & simile existit. Itaque si GF collocetur super AK, rectè congruet: eruntquè parallelogramma inuicen coaptata. lineeque GE AG, GK AC, & reliquæ coaptatæ erunt. quare eorum centra grauitatis inuicem coaptata erunt. hoc est N erit in puncto M. Quoniam autem à punctis MN (quod nunc intelligitur vnum tantùm esse punctum) ductæ fuerunt ST QR ipsi AGE æquidistantes, linea ST coaptabitur cum QR, quippe cùm ambæ hæ lineæ ab vno puncto prodeuntes ipsi AG equidistantes esse debeant. punctum igitur S in Q, & T in R coaptabitur. eritquè QM ipsi SN equalis, & MR ipsi NT. ac propterea linea GS parallelogrammi GT erit coaptata in AQ; & ET coaptata erit in GR parallelogrammi AR. Vnde erit AQ equalis GS, cùm sint coaptatæ; & GR ipsi ET equalis; cùm sint quoque coaptate. Quocirca quoniam parallelogramma AR GT sunt inuicem coaptata, parallelogrammorumquè opposita latera sunt interse equalia, erũt AQ GS GR ET interse equalia. Nunc autem intelligãtur parallelogramma AK GF non ampliùs coaptata. & quoniã linee QMR, & SNT sunt ipsi AGE parallele; & AQ GR, GS ET, interse sunt æquales, & equidistantes; puncta RS in vnum coincident punctum. eritquè QST linea recta. ex quibus patet, rectam lineã, quæ coniungit centra grauitatis MN ipsi AGE æquidistantem existere. eodemquè modo ostendetur rectas lineas, quæ coniungunt grauitatis centra NO, centraquè OP, ipsi AB æquidistãtes esse. Vnde sequitur lineam MNOP rectam esse. Quare primùm constat grauitatis cẽtra in recta linea existere.

36. primi. 29. primi. 34. primi. 5. post huius. 34. primi.

Quoniam autem ostensum est QM æqualem esse ipsi SN, & MR ipsi NT, eodem quoque modo ostendetur OT equa-

lem esse ipsi SN. Quoniam igitur OT NS sunt ęquales, itidemquè TN SM æquales, erit ON ipsi NM æqualis. eademquè ratione ostendetur OP ęqualem esse ipsi ON. vnde colligitur lineas MN NO OP inter centra existentes interse ęquales esse.

Postremò quoniam parallelogramma AK GF EL HD sunt inuicem æqualia, & numero paria, centraquè grauitatis sunt in recta linea posita. lineęquè MN NO OP inter centra sunt ęquales, magnitudinis ex omnibus AK GF EL HD magnitudinibus compositæ centrum grauitatis est in linea MP bifariam diuisa. Et quoniam MN est æqualis ipsi OP, punctum, quod bifariam diuidit MP cadet in linea NO. centrum ergo grauitatis omnium magnitudinum AK GF EL HD, hoc est parallelogrammi AD est in linea NO, quę coniungit centra spatiorum mediorum GF EL. quę quidē omnia ostendere oportebat.

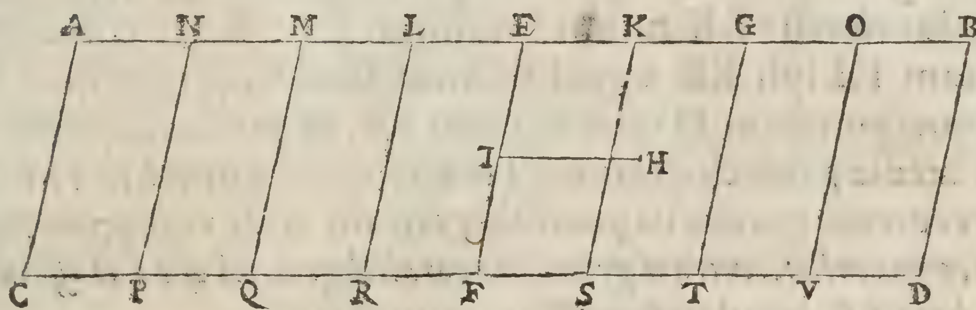
2. cor. quinta huius.

Quoniam autem centrum grauitatis parallelogrāmi AD est in linea NO, & in linea MP bifariam diuisa; non repugnare videtur, quin inferri possit, hoc centrum esse in puncto T, in linea EF existente. Quòd tamen falsum est. nam posset quidem concludi centrū esse in medio lineę NO (siquidē est in medio lineę MP, vt dictū est) sed nō in pūcto T; ex demōstratione enim ostenditur NS æqualem esse ipsi TO. at verò NT ęqualem esse ipsi TO, nullo modo demonstrari potest; nisi supponeremus centra grauitatis MNOP in parallelogrāmis ita se habere, vt MQ MR, & MR RN, & RN NT & NT TO, &c. inter se ęquales essent. quod nullo modo supponi potest. nam hoc modo centra grauitatis parallelogrammorum AK GF &c. essent in lineis, quę bifariam secant opposita latera. essent quippè in lineis à punctis MN OP ductis ipsis AC GK EF &c. æquidistantibus, quæ opposita latera AG CK, GE KF, EH FL, &c. bifariam secarent. quod est id, quod Archimedes demonstrare in sequēti nititur. quod quidem in causa est, vt demonstratione ad impossibile id deducat. supposuimus autem (vt par est) parallelogramma cen-

tra grauitatis habere; ac centra grauitatis MNOP intra parallelogramma existere, quoniam parallelogramma sunt figuræ ad easdem partes concauæ. quod quidem eodem modo ab Archimede in sequenti supponitur. 9. post huius.

PROPOSITIO. IX.

Omnis parallelogrammi centrum grauitatis est in recta linea, quæ opposita latera parallelogrammi bifariam diuisa coniungit.



Sit parallelogrammum ABCD, linea verò EF bifariam diuidat latera AB CD. Dico parallelogrammi ABCD centrum grauitatis esse in linea EF. Non sit quidem, sed, si fieri potest sit H. & ab ipso vero ad lineam EF *ducatur HI æquidistans ipsi AB. Diuisa verò EB semper bifariam* in G. rursusquè EG bifariam in K; ideoquè semper fiat, tandem *quædam relinquetur linea*, putà EK, *minor ipsa HI. Diuidaturquè vtraque AE EB in partes* AN NM ML LE GO OB *ipsi EK æquales.* quod quidem fieri potest, quia diuisa est EB in partes semper æquales. *& ex* his *diuisionum punctis ducantur* NP MQ LR kS GT OV *ipsi EF æquidistantes. diuisum enim erit totum parallelogrammum in parallelogramma æqualia & similia ipsi kF.* cùm enim sint parallelogrammorum bases EL LM MN NA KG GO OB ipsi KE æquales, parallelogrammaquè in ijsdem sint parallelis AB CD constituta; erunt parallelogramma æqualia. similia verò, quoniam sunt æquiangula. *Parallelogrammis igitur æqualibus, atque* ex prima præcedenti 36. primi.

ſimilibus ipſi KF inuicem coaptatis, & centra grauitatis interſe conuenient. quia verò in EB facta eſt diuiſio ſemper in duas partes ęquales erunt parallelogramma in ED numero paria. ac per conſequens & quę ſunt in EC numero paria. vnde & quę sũt in toto AD numero paria erũt. *Itaque quædam erunt magnitudines æquidiſtantium laterum æquales ipſi KF numero pares*, hoc eſt omnes, quæ ſunt in AD, *centraquè grauitatis ipſarum in recta linea ſunt conſtituta, & lineæ inter centra ſunt æquales, magnitudinis ex ipſis omnibus compoſitæ centrum grauitatis erit in recta linea, quæ coniungit centra grauitatis mediorum ſpatiorum*, parallelogrammorum ſcilicet LF KF. *Non eſt autem; punctum enim H*, quod ſupponitur eſſe centrum grauitatis omnium magnitudinum, hoc eſt parallelogrammi AD, *extra media parallelogramma* LF KF *exiſtit.* etenim cùm ſit EK minor HI, linea KS ipſi EF ęquidiſtãs lineam HI ipſi EK æquidiſtantem ſecabit, quippè quæ relinquet punctum H extra figuram KF, ac per conſequens extra media parallelogramma LF KF. quare punctum H non eſt centrum grauitatis parallelogrammi AD, vt ſupponebatur. *ergo conſtat, centrum grauitatis parallelogrammi ABCD eſſe in recta linea EF.* quod demonſtrare oportebat.

* lemma.

SCHOLIVM.

* Græcus codex poſt verba, *centraquè grauitatis ipſarum in recta linea ſunt conſtituta*, habet, καὶ τὰ μέσα ἴσα, καὶ πάντα τὰ ἐφ᾽ ἑκάτερα τῶν μέσων αὐτά τε ἴσα ἐντί, quæ quidem omnino ſuperflua nobis uiſa ſunt, & tanquã ab aliquo addita. Nam ſi Archimedes dixit omnia parallelogramma eſſe interſe, & ęqualia, & ſimilia; non opus eſt addere, media LF ES eſſe interſe ęqualia, & quę ab his ſunt ad vtramque partem, vt MR KT, NQ GV, AP OD, eſſe interſe æqualia; cum omnia (vt dictum eſt) ſint ęqualia. quare verba hęc (meo quidem iudicio) delenda ſunt. demonſtrationes enim mathematicę nullum admittunt ſuperfluum. & Archimedes non tantùm ſuperfluus, quin potiùs ob eius breuitatem diminutus ferè videatur.

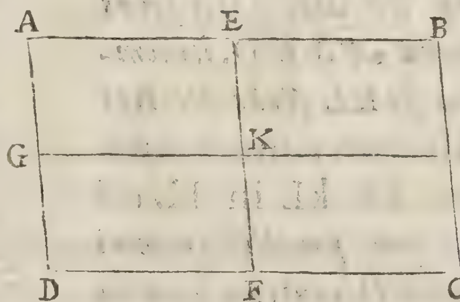
Ex

Ex hac nona propositione duo corolloria elicere possum⁹; quæ quidem tanquam valde nota fortasse videtur omisisse Archimedes. quamuis primũ in sequenti demõstratione inseruit.

COROLLARIVM. I.

Ex hoc perspicuum est cuiuslibet parallelogrammi cẽtrum grauitatis esse punctum, in quo coincidunt rectæ lineæ, quæ opposita latera bifariam secant.

Nam (vt Archimedes etiam sequenti demonstratione inquit) si parallelogrammi ABCD lineę EF GH bifariam diuident latera opposita AB DC, & AD BC. patet in EF centrum esse grauitatis parallelogrammi AC. similiter constat idem centrum esse in linea GH, quæ opposita latera AD BC bifariam secat. erit igitur in K, vbi EF GH se inuicem secant.



COROLLARIVM. II.

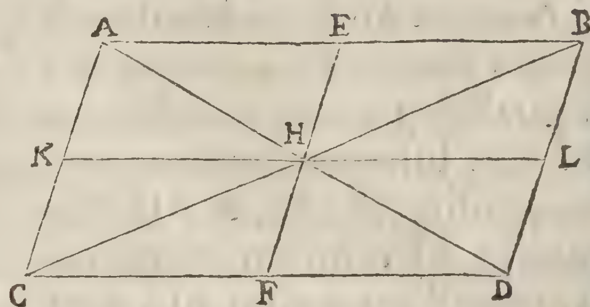
Ex hoc patet etiam, cuiuslibet parallelogrammi centrũ grauitatis esse in medio rectæ lineę, quæ bifariam opposita latera dispescit.

Cùm enim ostensum sit centrum grauitatis parallelogrammi AC esse punctum K. & ob parallelogrammum EH est EK æqualis BH. propter parallelogrammum verò KC linea KF est æqualis HC. suntquè BH HC æquales. erit EK ipsi KF æqualis. punctum ergo K est in medio rectæ lineę EF, quæ opposita latera AB DC bifariam diuidit. Eodẽq; prorsus modo ostẽdetur, K mediũ esse rectę lineę GH, quæ bifariam secat opposita latera AD BC. 34. *primi.*

In sequenti Archimedes adhuc persistit in inuentione centri grauitatis parallelogrammorum, alia tamen methodo. nam hoc per ipsorum parallelogrammorum diametros duobus modis assequitur.

PROPOSITIO. X.

Omnis parallelogrammi centrum grauitatis est punctum, in quo diametri coincidunt.

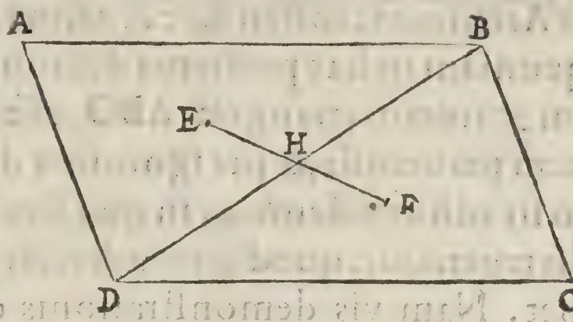


Sit parallelogrammum ABCD. & in ipso sit linea EF bifariam *secãs latera AB CD. itidemquè sit KL secãs AC BD* bifariam. conueniantquè EF kL in H. *est vtique parallelogrammi*
9 huius. *ABCD centrum grauitatis in linea EF. hoc enim ostensum est. eadem verò de causa* centrum grauitatis ipsius AD *est etiam in linea* KL. *quare punctum H* parallelogrammi AD *centrum grauitatis existit. Verùm in puncto H diametri parallelogrammi concurrunt.* ductis enim lineis AH HB CH HD; quoniam lineæ AE EB EF FD interse sunt ęquales. similiter quoque AK KC BL LD inter se ęquales; erit EH ipsi HF ęqualis, cùm sint ipsis BL LD ęquales. duæ igitur AE EH dua
29. primi. bus DF FH sunt æquales, & angulus AEH angulo DFH
4. primi. ęqualis; erit triangulum AEH triangulo DFH ęquale. ac propterea angulus EHA angulo FHD æqualis. cùm igitur sit EHF recta linea, erunt anguli EHA FHD ad verticem, & ob id AHD recta existit linea. ac per consequens diameter parallelogrammi AD. pariquè ratione ostendetur BHC rectam esse lineam. ex quibus patet in puncto H vtrãque diametrum conuenire. centrum igitur grauitatis parallelogrammi AD est pũctum, in quo diametri concurrunt. *Quare demonstratum est, quod propositum fuit.*

ALITER

ALITER.

Hoc autem aliter quoque ostendetur. sit parallelogrammum ABCD; ipsius verò diameter sit BD. triangula vtique *ABD BDC erunt interse æqualia, & similia.* ex 34. primi. *quare triangulis inuicem coaptatis; centra quoque*



grauitatis ipsorum inuicem coaptabuntur. Sit autem trianguli ABD centrum grauitatis punctum E; 5. post huius. *lineaquè BD bifariam secetur in H. connectaturquè EH, & producatur. sumaturquè FH æqualis ipsi HE. Itaque coaptato triangulo ABD cum triangulo BDC, positoquè latere AB in DC,* hoc est A in C, & B in D. *AD autem* posito *in BC;* A scilicet in C, & D in B. vnde & BD cùm ipsamet DB coaptatur, B scilicet in D, & D in B. quia verò punctum H sibi ipsi coaptatur, cùm sit medium lineę BD. & anguli EHD FHB ad verticem sunt æquales; lineaquè EH est ipsi HF ęqualis; *congruet etiam recta HE cum recta FH, & pūctum E cum F conueniet, sed* quoniam punctum E centrum est grauitatis trianguli ABD idem punctum E *cum centro etiam grauitatis trianguli BDC* conueniet. ergo punctum F cētrum est grauitatis trianguli BDC. Nunc verò intelligantur triangula non ampliùs coaptata. *Quoniam igitur centrum grauitatis trianguli ABD est punctum E, ipsius verò DBC est punctum F,* triangulaquè ABD DBC sunt ęqualia, *patet magnitudinis ex vtrisque triangulis compositæ centrum grauitatis esse medium rectæ lineæ EF; quod est punctum H* 4. huius. vt factum fuit. Quoniam autem diametri cuiuslibet parallelogrammi sese bifariam dispescunt, erit punctum H, vbi diametri parallelogrammi ABCD concurrunt. ergo punctum H, in quo diametri coincidunt, ipsius ABCD centrum grauitatis existit. quod demonstrare oportebat.

SCHO-

SCHOLIVM.

Cognito centro grauitatis cuiuslibet parallelogrammi, vult Archimedes ostendere centrum grauitatis triangulorum. & quoniam in hac postrema demonstratione assumpsit centrum grauitatis trianguli ABD esse punctum E; videtur ordinem peruertisse, & per ignotiora doctrinam tradidisse; cùm non sit adhuc ostensum, in quo situ dictum centrum in triãgulis reperiatur. quod tamen si rectè perpendamus, non ita se habet. Nam vis demonstrationis est in hoc constituta, vt supponatur triangulum habere centrum grauitatis, idquè tantùm esse intra ipsum triangulum. quod quidem supponi potest. cùm triangulum sit figura ad easdem partes concaua. nequè enim refert, siuè centrum sit in E, siuè in alio situ, dummodo intra triangulum existat. demonstratio enim eodẽ modo semper concludet punctum H centrum esse grauitatis parallelogrammi AC. quod idem obseruandum est in nõnullis alijs demonstrationibus, vt in secunda demonstratione decimæ tertiæ, hui⁹ & in prima secundi libri. Antequam autẽ Archimedes centrum grauitatis triangulorum ostendat, nonnullas pręmittit propositiones.

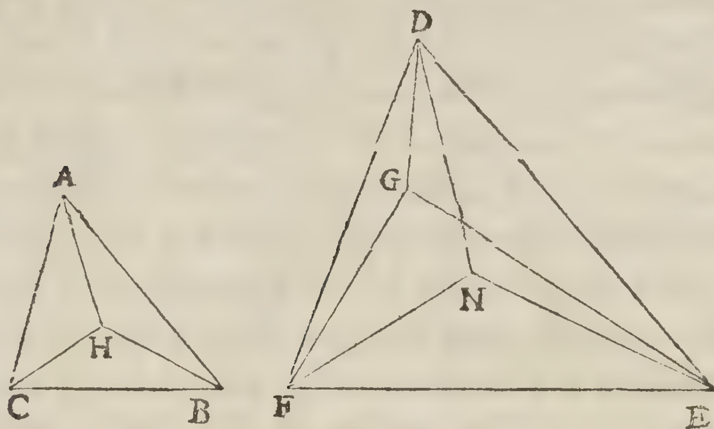
9. post huius.

PROPOSITIO. XI.

Si duo triangula interse similia fuerint, & in ipsis sint puncta ad triangula similiter posita. & alterum punctum trianguli, in quo est, centrum fuerit grauitatis, & alterum punctum trianguli, in quo est, centrum grauitatis existet.

Dicimus

Dicimus quidem puncta in similibus figuris esse similiter posita, è quibus ad æquales angulos ductæ rectæ lineæ, æquales efficiunt angulos ad homologa latera. Vt dictum fuit in septimo postulato.



Sint duo triangula ABC DEF similia. *sitquè AC ad DF, vt AB ad DE, & BC ad EF. & in præfatis triangulis ABC DEF sint puncta HN similiter posita. sitquè punctum H centrum grauitatis trianguli ABC. Dico & punctum N centrum esse grauitatis trianguli DEF. non sit quidem, sed, si fieri potest, sit punctum G centrum grauitatis trianguli DEF. connectãturquè HA HB HC, DN EN FN, DG EG FG. Quoniam igitur simile est triangulum ABC triangulo DEF, &* ipsorum *centra grauitatum sunt puncta HG. similium autem figurarum centra grauitatum sunt similiter posita; ita vt* ab ipsis ad ęquales angulos ductæ rectæ lineę *æquales faciant angulos ad homologa latera, vnumquemquè vnicuiquè; erit angulus GDE ipsi HAB æqualis. at verò angulus HAB æqualis est angulo EDN, cùm sint puncta HN similiter posita: angulus igitur EDG angulo EDN æqualis existit. maior minori. quòd fieri non potest. Non igitur punctum G centrum est grauitatis trianguli DEF. Quare est punctum N. quod demonstrare oportebat.* *6. & 7. post huius.*

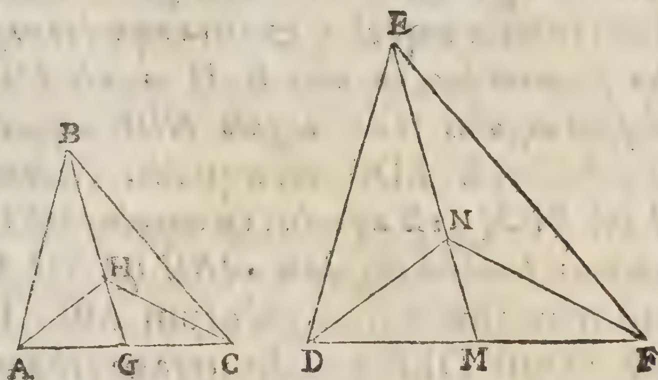
SCHOLIVM.

In hac propositione supponit Archimedes dari posse puncta in triangulis similib⁹ similiter posita. qđ quidē fieri posse ostendimus in scholijs septimi postulati. Præterea idem videtur Archimedes in triangulis demonstrare, quod in sexto postulato vniuersaliter in figuris supposuit. Nam si centra grauitatis supponuntur in similibus figuris esse similiter posita; & in similibus triangulis quoque erunt similiter posita. Inter hęc tamen maxima est differentia, nam in postulato inquit, centra grauitatum in similibus figuris esse similiter posita; cuius quidem conuersum, nempè puncta in similibus figuris similiter posita esse ipsarum centra grauitatis, est falsum. quod est quidem manifestum absque alio exemplo. ac propterea Archimedes hoc in loco inquit, si duo eruntpunsta in similibus triangulis similiter posita, & alterum ipsorum fuerit cētrum grauitatis. & alterum quoque cētrum grauitatis existet. Vnde propositio hęc potiùs est conuersa postulati, quàm eadem.

Ob demonstrationem autem nouisse oportet, quòd si punctum G fuerit in linea DN, tunc anguli EDG EDN essent inter se ęquales, ac propterea demonstratio nihil absurdi concluderet. In hoc autem casu ostendendum esset, angulum EFG ipsi EFN ęqualem esse, vel FEG ipsi FEN. quæ quidem eodem prorsus modo ostendentur. comparando nempè angulos EFG EFN angulo BCH; angulos verò FEG FEN ipsi CBH. Quòd si G fuerit in alio situ, vt in triangulo EDN, tunc anguli FDG FDN ostendentur ęquales. & ita in alijs casibus, vbicunque scilicet fuerit punctum G, semper aliquod inuenietur huiusmodi absurdum: quæ quidem omninò fieri non possunt.

PROPOSITIO. XII.

Si duo triangula ſimilia fuerint, alterius verò trianguli centrum grauitatis in recta linea fuerit, quæ ſit ab aliquo angulo ad dimidiam baſim ducta; & alterius trianguli centrum grauitatis erit in linea ſimiliter ducta.



Sint duo triangula ABC DEF ſimilia *ſitquè AC ad DF, vt AB ad DE, & BC ad FE. Diuiſaquè AC biſariam in G, iungatur BG. centrum verò grauitatis trianguli ABC ſit punctum H in linea BG. Dico centrum grauitatis trianguli EDF eſſe in recta linea ſimiliter ducta. ſecetur DF biſariam in puncto M. & iungatur EM. & vt BG ad BH, ita fiat ME ad EN. connectanturquè AH HC, DN NF. Quoniam enim* eſt BA ad ED, vt AC ad DF, & *AG dimidia eſt ipſius AC; ipſius verò DF dimidia eſt DM; erit BA ad ED, vt AG ad DM.* Quoniam autem ob triãgulorum ABC DEF ſimilitudinem angulus BAC angulo EDF eſt ęqualis. & vt AB ad DE, ita AG ad DM; permutandoq́; AB ad AG, vt DE ad DM; erit triangulũ ABG triãgulo DEM ſimile. ſimiliũ ãt triãgulorũ ãguli sũt ęquales, *et circa æquales ãgulos late* 16. quinti. 6. ſexti.

ra sũt proportionalia. erit igitur angul⁹ AGB angulo DME æqualis, et ABG ipsi DEM æqualis. quare *vt AG ad DM, ita est BG ad EM*, & vt AB ad DE,
16. quinti. ita BG ad EM; & pmutãdo AB ad BG, vt DE ad EM. *est autem BG ad*
22. quinti. *BH, vt ME ad EN, erit igitur ex æquali* AB ad BH, vt DE ad EN.
16. quinti. rursusquè permutando *AB ad DE, vt BH ad EN.* quoniã
6. sexti. autem anguli ABH DEN, quos ipsæ lineę continent, sunt æquales, erit triangulum ABH triangulo DEN simile. quare anguli sunt interse æquales, *& circa æquales angulos latera sunt proportionalia. si autem hoc, angulus BAH angulo EDN est æqualis. Undè & reliquus angulus HAC angulo NDF æqualis existit.* siquidem totius BAC ipsi EDF est æqualis. *Eademquè ratione an-*
7. post huius. *gulus BCH ipsi EFN est æqualis. & angulus HCG angulo NFM æqualis. ostensum est autem angulum ABH ipsi DEM æqualem esse.* ob similitudinem autem triangulorum ABC DEF totus an-
11. huius. gulus ABC est ipsi DEF ęqualis: *ergo & reliquus angulus HBG ipsi NEF æqualis existit. Porrò ex his omnibus patet puncta HN ad homologa latera esse similiter posita, &* cum ipsis *angulos æquales efficere. Cùm igitur puncta HN sint similiter posita; & punctum H centrum est grauitatis trianguli ABC. & punctum N trianguli DEF cẽtrum grauitatis existet.* existente igitur centro grauitatis H in linea BG ab angulo ad dimidiam basim ducta. & alterum grauitatis centrum N in linea EM similiter ducta reperitur. quod demonstrare oportebat.

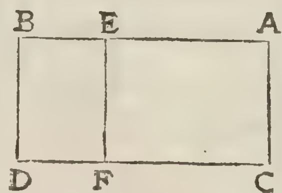
SCHOLIVM.

In sequenti Archimedes ostendet, in qua linea reperitur cẽtrum grauitatis cuiuslibet trianguli. quod quidem duobus assequitur medijs. Diligenter autem omnia sunt consideranda; quoniam in hoc consistit tota perscrutatio centri grauitatis triangulorum. Quapropter vt prior demonstratio appareat perspicua, hęc antea demonstrabimus.

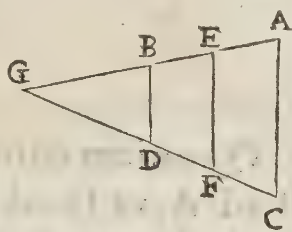
LEM-

LEMMA. I.

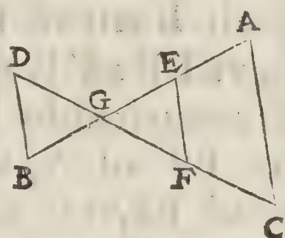
Æquidiſtantes lineæ lineas in eadem proportione diſpeſcunt.



Sint lineę AB CD, quas ſecent æquidiſtantes lineæ AC EF BD. Dico ita eſſe BE ad EA, vt DF ad FC. primùm quidem AB CD vel ſunt ęquidiſtantes, vel minùs. ſi ſunt æquidiſtantes, iam habetur intentum. Nam BE erit æqualis DF, & EA ipſi FC. vnde ſequitur ita eſſe BE ad EA, vt DF ad FC. 34. primi.



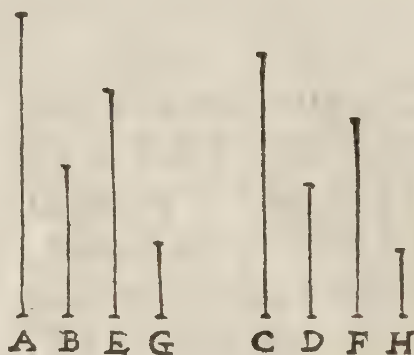
Si verò AB CD non fuerint æquidiſtantes; concurrant in G, vt in ſecunda figura, & quoniam BD EF ſunt æquidiſtantes, erit GB ad BE, vt GD ad DF. 2. ſexti. & cõponendo GE ad EB, vt GF ad FD. 18. quinti. conuertendoquè BE ad EG, vt DF ad FG. cor. 4. quĩti rurſus quoniam EF AC ſunt æquidiſtantes; erit GE ad EA, vt GF ad FC. erit igitur ex æquali BE ad EA, vt DF ad FC.



Secent verò ſeſe lineæ AB CD, vt in tertia figura. ob ſimilitudinem triangulorum BGD EGF, ita erit BG ad GE, vt DG ad GF. ex 4 ſexti. & componendo BE ad EG, vt DF ad FG. 18. quinti. eſt verò GE ad EA, vt GF ad FC. 2. ſexti. ergo ex æquali BE ad EA erit, vt DF ad FC. quod demonſtrare oportebat.

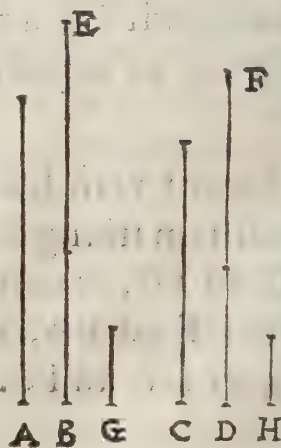
LEMMA. II.

Sit A ad B, vt C ad D; rurſus A ad E ſit, vt C ad F. Dico primùm A ad BE ſimul ita eſſe, vt C ad DF.



Quoniam enim A eſt ad B, vt C ad D, erit conuertendo
cor.4.quīti *22.quinti.* B ad A, vt D ad C. eſt autem A ad E, vt C ad F; ergo ex ę-
18.quinti. quali B erit ad E, vt D ad F. quare componendo BE ad
cor.4.quīti E, vt DF ad F. quoniam autem A eſt ad E, vt C ad F; e-
22.quinti. rit conuertendo E ad A, vt F ad C. rurſus igitur ex ęquali
erit BE ad A, vt DF ad C. ac denique conuertendo A e-
rit ad BE, vt C ad DF.

Si verò fuerint quattuor magnitudines; vt adhuc A (in eadem figura) ad G ſit, vt C ad H. ſimiliter oſtendetur A ad omnes BEG ſimul ſumptas ita eſſe, vt C ad omnes ſimul DFH. ſumendo vt in ſecunda figura BE pro vna tantùm magnitudine, & DF pro alia; eruntquè ex vtraque parte tres tātùm magnitudines; eritquè A ad BE ſimul, vt C ad DF ſimul, vt oſtenſum eſt. deinde A ad G eſt, vt C ad H, erit igitur A ad BEG ſimul, vt C ad DFH.



Pari-

Paripuè ratione si quinque fuerint magnitudines, eodem modo tres mediæ iūgātur simul, ita vt tres sint dūtaxat magnitudines. & sic in infinitum. quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM.

Ex hoc elici potest. quòd si fuerint quotcunque magnitudines proportionales; & aliæ ipsis numero æquales, & in eadem proportione, vt scilicet sit(vt in prima figura) A ad B, vt C ad D, B verò ad E, vt D ad F. deinde vt E ad G, sic F ad H, & ita deinceps, si plures fuerint magnitudines, similiter erit A ad omnes BEG simul sumptas, vt C ad omnes simul DFH.

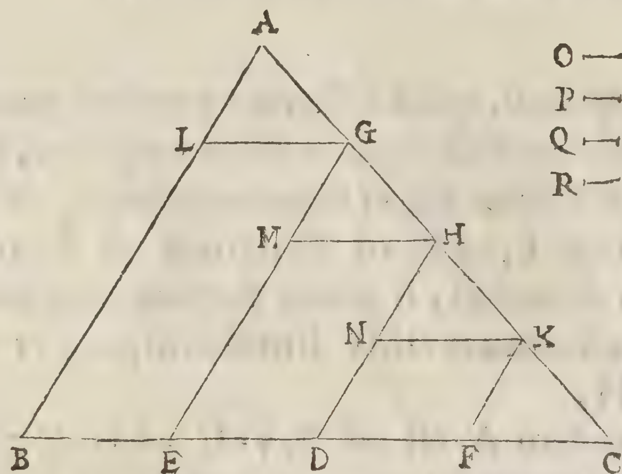
Primùm quidem A est ad B, vt C ad D. & quoniam magnitudines sunt proportionales, ex ęquali erit A ad E, vt C ad F. similiter A ad G, vt C ad H. Ex quibus sequitur A ad BE simul ita esse, vt C ad DF. A verò ad omnes BEG simul, vt C ad omnes simul DFH. & ita si plures fuerint magnitudines. 22. quinti.

LEMMA. III.

Sit triangulum ABC, cuius latus BC in quotcunque diuidatur partes æquales BE ED DF FC. & à punctis EDF ipsi AB ęquidistantes ducantur EG DH FK. rursus à punctis GHK ipsi BC ęquidistantes ducantur GL HM KN. Dico triangulum ABC ad omnia triangula ALG GMH HNK KFC simul sumpta eandem habere proportionem, quam habet CA ad AG.

Quo-

3. sexti. Quoniã enim FK ęquidistans est ipsi DH; erit CF ad FD, vt CK ad KH. suntq; CF FD æquales; ergo & CK KH inter se sunt æquales. similiter propter lineas æquidistantes FK
1. lemma. DH EG, ita est KH ad HG, vt FD ad DE; est autem FD æqualis DE; erit igitur KH ipsi HG æqualis. Parique ra-



tione ostendetur ob ęquidistantes lineas DH FG BA, lineã HG ipsi GA æqualem esse. Ex quibus patet CK KH HG GA inter se æquales esse. Quoniam autem triangulorũ ABC kFC angulus ad C est vtrique communis; & ABC ipsi kFC,
29. primi. & BAC ipsi FKC æqualis, cùm sit Fk ipsi AB æquidistans; erit triangulum ABC ipsi KFC simile. & quoniam NK FC, & HN KF sunt ęquidistantes, erunt anguli KCF CkF angulis HkN KHN ęquales; ac propterea reliquus CFK reliquo KNH ęqualis: latus verò CK lateri KH est ęquale; erit igi-
26. primi. tur triangulum KFC triangulo HNK simile, & ęquale. similiterquè ostẽdetur omnia triangula ALG GMH HNK KFC inter sese similia, & æqualia esse. & ob id ipsi ABC similia esse. Fiat igit̃ vt AC ad AG, ita AG ad aliã O. similiter vt AC ad GH, ita GH ad P. rursus vt AC ad Hk, ita HK ad Q. deniquè vt AC ad Ck, ita CK ad R. & quoniam AG GH HK KC
ex 17. quĩti. sunt æquales, eadem AC ad vnamquamque ipsarum eandem habebit proportionem, ergo eandem quoque habebit propositionem AG ad O, vt GH ad P, & HK ad Q, &

KC ad R. ac propterea lineæ OPQR interſe ſunt æquales. Atverò quoniam ita eſt AC ad AG, vt AG ad O, & vt AC ad GH, ita GH, hoc eſt AG ipſi ęqualis, ad P. rurſus vt AC ad HK, ita HK, hoc eſt AG ad Q. ac tandem vt AC ad KC, ita KC, hoc eſt AG ipſi ęqualis, ad R. erit AC ad omnes conſequentes ſimul ſumptas AG GH HK KC, hoc eſt erit AC ad eandem AC, vt AG ad omnes ſimul OPQR. vnde ſequitur omnes ſimul OPQR ipſi AG ęquales eſſe. Itaque quoniam ſimilia triangula in dupla ſunt proportione laterum homologorum, erit triangulum ABC ad ALG, vt AC ad O. eodemquè modo erit triangulum ABC ad GMH, vt AC ad P. rurſus ABC ad HNK, vt AC ad Q, & vt idem ABC ad KFC, ita AC ad R. triangulum igitur ABC ad omnes conſequentes, videlicet ad omnia triãgula ſimul ſumpta ALG GMH HNK KFC, erit vt AC ad omnes ſimul OPQR. hoc eſt ad AG. oſtenſum eſt igitur, quod propoſitum fuit.

ex præcedẽti lemmate

19. ſexti.

ex præcedẽti lemmate

PROPOSITIO. XIII.

Omnis trianguli centrum grauitatis eſt in recta linea ab angulo ad dimidiam baſim ducta.

Sit triangulum ABC. & in ipſo ſit AD ab angulo A *ad dimidiam baſim BC ducta. oſtendendum eſt, centrum grauitatis trianguli ABC eſſe in linea AD. Non ſit quidem, ſed ſi fieri poteſt ſit punctum H. & ab ipſo ducatur HI æquidiſtans ipſi BC*, quæ ipſam AD ſecet in I. *Deinde diuiſa DC bifariam, idquè ſemper fiat, donec relinquatur linea Dω minor ipſa HI. Diuidaturquè ipſarum vtraque BD DC in partes æquales Dω;* parteſquè in DC exiſtentes ſint Dω $\omega\beta$ βZ ZC; quibus reſpondeant æquales partes D$\alpha\alpha\zeta$ ζO OB. *& a ſectionum punctis ducantur* OE ζG αL ωM βK ZF *æquidiſtantes ipſi AD. & connectantur EF Gk LM. quæ nimirum ipſi BC æquidiſtantes erunt.* cùm enim ſint BD DC interſe ęquales, itidem OB ZC æquales; erit DO ipſi DZ ęqualis. quare DO ad OB eſt, vt DZ ad ZC. Quoniam autem EO FZ ſunt

ex 1. decimi.

ipſi

ipsi AD æquidistantes, erit AE ad EB, vt DO ad OB; & vt
2. sexti. DZ ad ZC, sic AF ad FC. atque DO ad OB est, vt DZ ad
ZC. erit igitur AE ad EB, vt AF ad FC. quare EF ipsi BC
2. sexti. est æquidistans. eodemquè modo ostendetur, ita esse AG ad

GB, vt AK ad KC, & AL ad LB, vt AM ad MC. ex quib⁹ sequitur LM GK EF non solùm ipsi BC, verùm etiam interse se parallelas esse. secet EF lineas Gζ Kβ in Xε. ipsam verò AD in T. lineaquè GK secet Lα Mω in Nδ, & AD in Y. linea deniquè LM ipsam AD in S dispescat. Quoniam autem Dω est ipsi HI æquidistans, estquè Dω minor quã HI, linea ωM ipsi AL ęquidistans ipsam HI secabit. ac propterea punctum H centrum grauitatis trianguli ABC extra parallelogrammum DM reperitur. At verò quoniam LD DM
34. primi. sunt parallelogramma, erunt LS αD inter se æquales. similiter SM Dω ęquales. sunt verò αD Dω ęquales: ergo & LS SM inter se sunt ęquales. eademquè ratione NY Yδ inter se, & ipsis LS SM ęquales existent. quare linea SY bifariam diuidit latera opposita parallelogrammi MN. pariquè ratione ostendetur lineam YT bifariam diuidere opposita latera parallelogrammi KX; lineamquè TD latera opposita paral-

lelogrammi

lelogrammi FO bifariam quoque diuidere. *Itaque parallelogrãmi MN centrum grauitatis est in linea TS. parallelogrammi vero KX grauitatis centrum est in linea TY. parallelogrammi autem FO in linea TD; magnitudinis igitur ex his omnibus* parallelogrammis MN KX FO *compositæ centrum grauitatis est in recta linea SD. sit itaque punctum R.* quod quidem erit centrum grauitatis figuræ LNGXEOZF‹K›M. *iungaturq́; RH, & producatur,* quæ ipsã ‹›M secet in P. *ipsique AD* à puncto C *æquidistans ducatur CV*, quæ ipsi RH occurrat in V. *triangulũ itaque ADC ad omnia triangula ex AM MK kF FC descripta similia ipsi ADC*, hoc est ad triangula ASM M‹›K K‹›F FZC simul sumpta *eandem habet proportionem, quam habet CA ad AM. siquidem sunt AM MK kF FC æquales. quia verò, & triangulum ADB ad omnia ex AL LG GE EB descripta triangula similia* ALS LGN GEX EBO *eandem habet proportionem, quam BA ad AL*: & antecedentes simul ad omnes consequentes, hoc est totum triangulum ABC ad omnia triangula simul sumpta, quæ sunt in AB, & in AC constituta, eandem habebit proportionem, quam habet AC AB simul ad AM AL simul, quia verò ob similitudinẽ triangulorũ ABC ALM CA ad AM est, vt BA ad AL; erit CA ad AM, vt CA BA simul ad AM AL simul. *triangulum igitur ABC ad omnia prædicta triangula eandem habet proportionem quam habet CA ad AM. Atque CA ad AM maiorem habet proportionem quàm VR ad RH; etenim proportio ipsius CA ad AM est eadem, quæ est totius VR ad ipsã RP. quãdoquidẽ triangula* ACD MC‹› *sunt similia.* sintq́; AD & M‹› æquidistantes, sitquè propterea CA ad AM, vt CD ad D‹›. & quoniam VR DC à lineis DR ‹›P CV æquidistantib⁹ diuiduntur; erit C‹› ad ‹›D, vt VP ad PR. & cõponendo CD ad D‹›, vt VR ad RP. quare vt CA ad AM, ita VR ad RP. quia verò VR ad RP maiorem habet proportionem, quàm ad RH. maiorem quoque habebit proportionem CA ad AM, quàm VR ad RH. est autem CA ad AM, vt triangulũ ABC ad omnia triangula in lineis AC AB (vt dictum est) constituta; ergo *& triangulum ABC ad prædicta* triangula *maiorem habet proportionem, quàm VR ad RH. Quare & diuidendo parallelogrãma MN* kX *FO* (hoc est figura LNGXEOZF‹K›M) *ad circumrelicta triangula* in lineis AC AB constituta *maiorem ha-*

[Marginalia: 3. lemma. | ex 12. quĩti | ex 12. quĩti | ex 4. sexti | 1. lemma. | 8. quinti. | 11. quinti. | 8. quinti. | 29. quinti add.]

bent proportionem, quam NH ad HR. linea igitur, quæ eandem habeat proportionem ad HR, quam parallelogramma MN kX FO ad circumrelicta triangula, maior erit, quàm VH. *Fiat itaquè in eadem proportione QH ad HR, ut parallelogramma ad triangula;* erit vtique QH maior, quam VH. *Quoniam igitur est magnitudo ABC, cuius centrum grauitatis est H, & ab ea magnitudo auferatur composita ex MN kX FO parallelogrammis; & magnitudinis ablatæ centrum grauitatis est punctum R; magnitudinis reliquæ ex circumrelictis triangulis compositæ centrum grauitatis erit in recta linea RH* ex parte H *producta, assumptaquè aliqua* vt, QH, *quæ ad HR eam habeat proportionem, quam habet magnitudo* ex parallelogrammis MN KX FO constans *ad reliquum,* hoc est ad reliqua triangula. *ergo punctum Q centrum est grauitatis magnitudinis ex ipsis circumrelictis* triangulis *compositæ. quod fieri non potest. ducta enim recta linea θκ per Q ipsi AD æquidistante in* eodem *plano* triá guli ABC, *in ipsa essent omnia centra* grauitatis triangulorum, *hoc est in vtramque partem Qθ Qκ,* centraquè grauitatis trianguli ALM, ac centrum magnitudinis ex vtrisquè triangulis LGN MKσ cōpositę in parte Qθ esse deberēt.

8. huius.

centra

centra verò grauitatis magnitudinis ex GEX KF compositę, ac magnitudinis ex EBO FZG compositæ, essent in parte Q*, ita vt punctum Q magnitudinis ex omnibus triangulis compositæ centrum esset grauitatis. quæ quidē sunt omnino absurda. Quòd si ducta linea per Q, non fuerit etiam ipsi AD ęquidistans, eadem sequentur inconuenientia. *Manifestum est igitur; quod propositum fuerat.*

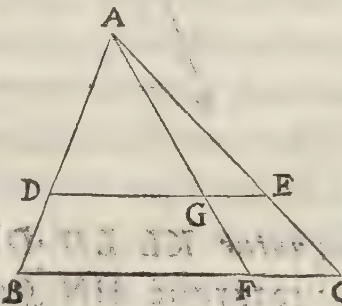
SCHOLIVM.

Id ipsum vult adhuc Archimedes aliter ostendere. ob sequētem verò demonstrationem hoc priùs cognoscere oportet.

LEMMA.

Si intra triangulum vni lateri ęquidistans ducatur, ab opposito autem angulo intra triangulum quoquè recta ducatur linea, æquidistantes lineas in eadem proportione dispescet.

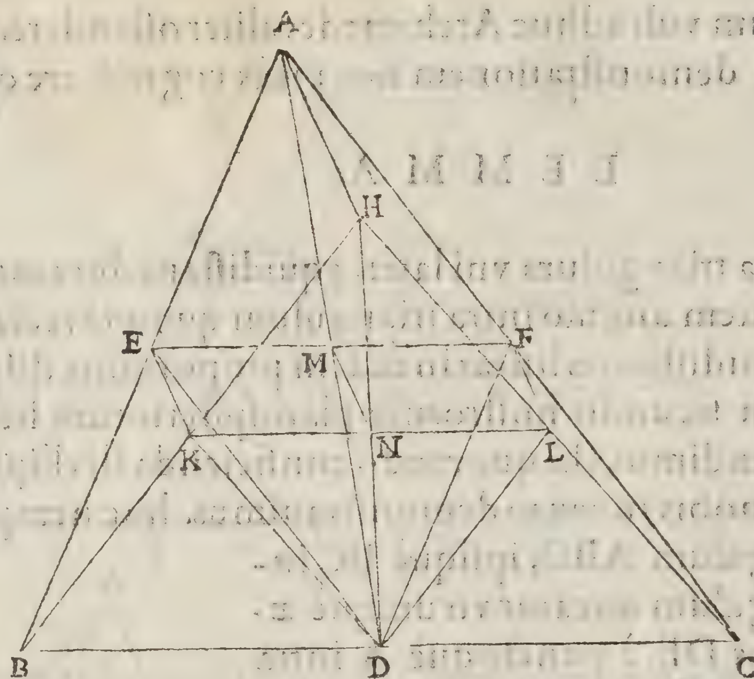
Hoc in secundo nostrorum planisphęriorum libro in ea parte ostendimus, vbi quomodo conficienda sit ellipsis, instrumento à nobis inuento demonstrauimus. hoc nempè modo, Sit triangulum ABC, ipsiquè BC intra triangulum ducatur vtcumquè æquidistans DE. à punctoquè A intra triangulum similiter quocumque ducatur AF; quæ lineam BC secet in F; lineam verò DE in G. Dico ita esse CF ad FB, vt EG ad GD. Quoniā enim GE FC sunt æquidistantes, erit



triangulum AFC triangulo AGE æquiangulum, vt igitur AF ad AG, ita CF ad EG. ob eandemquè causam ita est FA ad AG, vt FB ad GD. quare vt CF ad EG, ita est FB ad GD: ac permutando, vt CF ad FB, ita EG ad GD. quod demonstrare oportebat. *ex 4. sexti* *11. quinti.* *16. quinti.*

IDEM ALITER.

Sit triangulum ABC, ducaturquè AD ab angulo A *ad dimidiã* basim *BC. Dico in linea AD centrum esse grauitatis trianguli ABC. Non sit autem, sed si fieri potest, sit* H. *iunganturquè AH HB HC, &* *ED* DF *FE ad dimidias BA* BC *AC* ducantur, secetquè EF ipsam AD in M. *& ipsi AH æquidistantes ducantur EK FL. &*



iungantur KL LD Dk *DH*; secetquè DH ipsam KL in N. iungaturquè *MN. Quoniam igitur triangulum ABC simile est triã gulo DFC, cùm sit BA ipsi FD æquidistans*; siquidem sunt latera CA CB bifariam diuisa, ideoquè sit CF ad FA, vt CD ad DB. *trianguliquè ABC centrum grauitatis est punctum H; & trianguli FDC centrum grauitatis erit punctum L. puncta enim HL intra vtrumquè triangulum sunt similiter posita. etenim ad homologa latera angulos efficiunt æquales. hoc enim perspicuum. est* cùm enim sint triangulorum ABC DFC homologa latera AC FC, AB FD, BC DC, sintquè AH FL æquidistantes; erit angulus LFC angulo HAC ęqualis. sed angulus CFD est ipsi

2. sexti.

11. huius.

29. primi.

CAB æqualis; reliquus igitur angulus LFD reliquo HAB æqualis existit. & quoniam ita est CF ad FA, vt CL ad LH, cùm sint FL AH ęquidistantes. CF verò dimidia est ipsius CA, erit & CL ipsius quoque CH dimidia. at CD ipsius CB dimidia existit; erit igitur DL ipsi BH ęquidistans. ac propterea angulus LDC est ipsi HBC ęqualis, & LDF ipsi HBA ęqualis. cùm sit totus CDF toti CBA ęqualis; anguli verò ACH & HCB tam sunt trianguli ABC, quàm FDC. *Ob eandem autem rationem trianguli EBD centrum grauitatis est pũctum* K. similiter enim ostendetur punctum K in triangulo EBD esse similiter positum, vt H in triangulo ABC. *Quare magnitudinis ex vtrisquè triangulis EBD FDC compositæ centrum grauitatis est in medietate lineæ kL. cum triangula EBD FDC sint æqualia.* sunt enim in ęqualibus basibus BD DC, & in ijsdem parallelis EF BC, siquidem est AE ad EB, vt AF ad FC. quippè cùm latera AB AC sint bifariam diuisa. *medium verò ipsius kL est punctum N; cùm sit* KE ipsi AH ęquidistans, & ob id sit *BE ad EA, vt Bk ad kH.* & vt BE ad EA, ita CF ad FA; *vt autem CF ad FA, sic CL ad LH.* quare vt BK ad KH, ita CL ad LH. *Si autem hoc. æquidistans est BC ipsi kL, & iuncta est DH, erit igitur BD ad DC, vt KN ad NL.* D verò medium est ipsius BC. ergo & N medium est ipsius KL. *Quare magnitudinis ex vtrisquè dictorũ triangulorum* EBD & FDC *compositæ centrum* grauitatis *est punctum N. parallelogrammi verò AEDF centrum grauitatis est punctum M,* vbi similiter diametri concurrunt, *ac propterea magnitudinis ex omnibus* triangulis EBD FDC vnà cũ parallelogrãmo AEDF *compositæ centrum grauitatis est in linea MN. Verùm* triangulorũ EBD FDC, simulquè parallelogrammi AEDF, hoc est totius *trianguli ABC grauitatis centrum est punctum H; linea igitur MN producta transibit per punctum H. quod esse non potest.* etenim cùm sit KN ipsi BD æquidistans; erit BK ad KH, vt DN ad NH: vt autem BK ad KH, ita est BE ad EA, & vt BE ad EA, ita est DM ad MA, cùm sit EM ipsi BD æquidistans. erit igitur DM ad MA, vt DN ad NH. quare MN ipsi AH est ęquidistans; ideoquè MN numquam cùm AH conuenire potest. *Non est igitur* punctum *H centrum grauitatis trianguli*

ABC

Marginal notes: *2. sexti.* — *2. sexti.* — *29. primi.* — *11. huius.* — *4. huius.* — *38. primi.* — *2. sexti.* — *2. sexti.* — *11. quinti.* — *2. sexti. lemma.* — *11. huius.* — * — A

ABC. quare non est extra lineam AD. in ipsa igitur existit. Quod demonstrare oportebat.

SCHOLIVM.

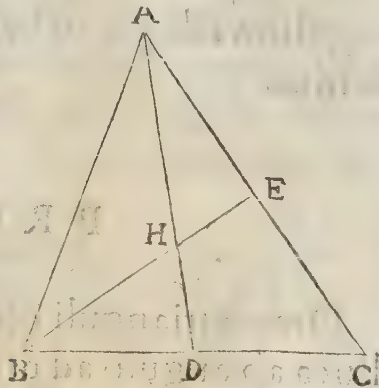
A Inquit Archimedes *linea igitur MN producta transibit per punctum H. quod esse non potest*, nempè, vt non ipsamet linea MN, sed eius pars, siue ad M, siue ad N producta cùm H conuenire oporteat. cùm tamen ipsamet linea MN per punctum H transire debeat. ita vt punctum H sit inter puncta MN; hoc est in linea MN, & non in eius parte producta. Nam si punctum H centrum est grauitatis totius trianguli ABC; punctum verò N centrum grauitatis magnitudinis ex triangulis EBD FDC composite; atque punctum M centrum grauitatis parallelogrammi AEDF; oportet vt punctum H ita lineam diuidat MN; vt eius partes magnitudinibus permutatim respondeant. vt nimirum pars ad M ad partem ad N sit, vt magnitudo ex triangulis EBD FDC constans ad parallelogrammum AEDF. vt ex sexta, & octaua huius propositione perspicuum est. Quare punctum H in linea MN esse deberet; vt ipsemet Archimedes paulò superius affirmauit; cùm inquit. *ac propterea magnitudinis ex omnibus composita centrum grauitatis est in linea MN.* & non dixit in eius parte producta. Quocirca vel delendum est verbum illud *producta*, tanquam ab aliquo additum. vel ideo tamen hoc dixisse voluit Archimedes, vt ostenderet lineam MN nullo modo (etiam si produceretur) cũ H conuenire posse.

PROPOSITIO. XIIII.

Omnis trianguli centrum grauitatis est punctũ in quo rectæ lineæ ab angulis trianguli ad dimidia latera ductæ concurrunt.

Sit

Sit triangulum ABC, & ab angulo A *ducatur AD ad dimidiam BC. BE verò* ab angulo B *ad dimidiam AC*. quę quidem lineę AD BE ſeinuicem ſecent in pũcto H. *Quoniam igitur centrum grauitatis trianguli ABC eſt in vtraque linea AD BE; hoc enim demonſtratum eſt* in pręcedenti. erit vtique centrum grauitatis, vbi lineę AD BE ſe inuicē ſecāt. ſecant verò ſeſe in H. *ergo punctum H centrum eſt grauitatis* trianguli ABC. quod demonſtrare oportebat.



SCHOLIVM.

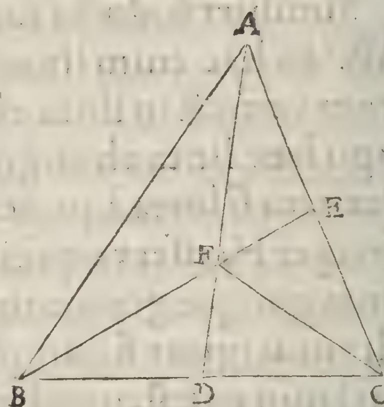
Similiter ſi ducta fuerit CH, & producta, bifariam ſecaret AB. In hac enim linea eſſet centrum grauitatis trianguli; cētrum verò eſt in linea ab angulo ad dimidiam baſim ducta: ergo hæc linea ab angulo C ad dimidiam AB ducta eſſet. Præterea ſi linea à puncto C ad dimidiam AB ducta nō tranſiret per H; eſſet vtiquè in hac linea centrum grauitatis; ſed cētrum quoque grauitatis eſt in linea AD, & in linea BE, ut in H; vnius igitur figurę plura darentur centra grauitatis. quod fieri non poteſt. quod quidem, cùm ſit inconueniens, nos in noſtro Mechanicorum libro dari non poſſe ſuppoſuimus. Quare linea CH in directum ducta, bifariam ſecaret AB. quod quidem paulò infra aliter quoque oſtendemus, nōnullis prius demonſtratis; quæ Archimedes ob ſequentem demōſtrationem, tanquam demonſtrata ſupponit. Vult enim Archimedes, poſtquam inuenit centrum grauitatis cuiuſlibet trianguli, centrum quoque grauitatis quærere trapetij duo latera ęquidiſtantia habentis. quod eſt quidem pars trianguli, & tanquam fruſtum à triangulo abſciſſum. ſupponitquè centrum grauitatis cuiuſlibet trianguli eſſe in recta linea baſi ducta ęquidiſtante, quæ latera ita diuidat, vt partes ad uerticem ſint reliquarum partium duplæ. quod quidem ortum ducit ex cognitione alterius theorematis oſtendentis centrum gra- 13. *huius.*

uitatis

uitatis cuiuslibet trianguli esse in recta linea ab angulo ad dimidiam basim ducta (vt Archimedes demonstrauit) & insuper in eo puncto, quod dictam lineam diuidat ita, vt pars ad angulum reliquę ad basim sit dupla. Quare hoc prius ita ostẽdemus.

PROPOSITIO.

Omnis trianguli centrum grauitatis est punctum in recta linea ab angulo ad dimidiam basim ducta existens, quod lineam diuidat, ita vt portio ad angulum reliquæ ad basim, sit dupla.

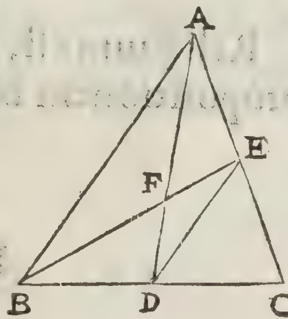


Sit triangulum ABC, in quo ab angulo A ad dimidiam basim BC recta ducatur linea AD. Ducaturquè ab angulo B ad dimidiam basim AC linea BE, quæ secet AD in F. Et quoniam centrum grauitatis triãguli ABC est punctum F; ostendendũ est lineam FA ipsius FD duplam esse. iungatur FC. quoniam enim AE est ęqualis ipsi EC, erit triangulum ABE triangulo EBC æquale, cùm sint sub eadem altitudine. Ob eandemquè causam triangulũ AFE triangulo EFC existit æquale. si igiturà triangulo ABE auferatur triangulum AFE, & à triangulo EBC triangulum auferatur EFC; relinquetur triangulum ABF triangulo BFC æquale. Rursus quoniam BD est æqualis ipsi DC; erit triangulum BFD triangulo DFC æquale, siquidem eandem habent altitudinem. duplum igitur est triangulum BFC triãguli BFD. Quare & triangulum ABF trianguli BFD duplum existit. quia verò triangula ABF FBD in eadem sunt altitudine, idcirco sese habebunt, vt bases AF FD. atque triangulum ABF duplum est ipsius FBD; ergo portio AF ipsius FD dupla existit. quod demonstrare oportebat.

14. huius. *1. sexti.* *1. sexti.* *1. sexti.*

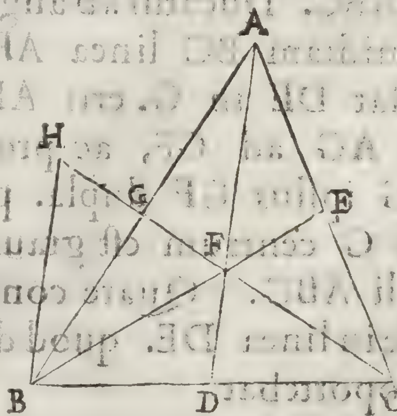
ALITER.

Sit rursus triangulum ABC, & AD BE ab angulis ad dimidias bases ductæ sint erit vtique punctum F (vbi se inuicen secant) centrum grauitatis trianguli ABC. Dico AF ipsius FD duplam esse. Iungatur DE. Quoniam enim BC AC in punctis DE bifariam secantur; erit CD ad DB, vt CE ad EA. linea igitur DE ipsi AB est æquidistans. quare triangulum ABC simile est triangulo EDC. ac propterea ita est BC ad CD, vt AB ad DE. est autem BC dupla ipsius CD, (siquidem punctum D bifariam diuidit BC) erit igitur AB dupla ipsius DE. At verò quoniam AB DE sunt parallelæ, erit triangulum AFB triangulo EFD simile. & vt AB ad ED, ita AF ad FD. est autem AB ipsius ED dupla. ergo AF ipsius FD dupla existit. quod demonstrare oportebat. 14. *huius.* 2. *sexti.* 4. *sexti.* 4. *sexti.*



Ex ijs, quæ demonstrata sunt, ostendemus, quod paulò ante proposuimus, nempè cùm lineæ AD BE bifariam secent BC CA. Dico lineam CF productam bifariam quoque secare ipsam AB.

Producatur enim (ijsdem positis) CFGH; quæ lineam AB secet in G. & à puncto B ipsi AD æquidistans ducatur BH. quæ ipsi CG occurrat in H. Quoniam igitur FD est ipsi BH æquidistans, erit CD ad DB, vt CF ad FH. CD verò est æqualis BD; ergo CF ipsi FH æqualis existit. ac propterea CH dupla est ipsius CF. At verò quoniam ob similitudinem triangulorũ CBH CDF, ita est HC ad CF, vt BH ad DF; erit & BH ipsius FD duplex. 2. *sexti.*



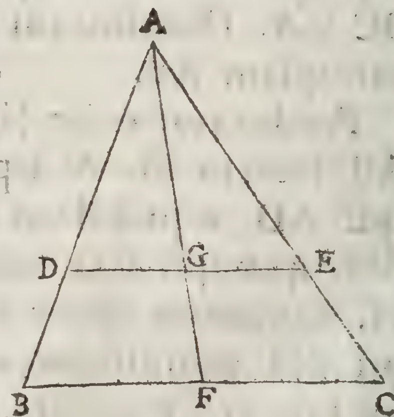
verùm & AF (ex proximè demonstratis) ipsius FD duplex existit. erunt igitur BH FA interse ęquales. Quoniam autem BH est ęquidistans ipsi AF, æquiangula erunt triágula GBH
ex 4. sexti GAF. quare vt BH ad AF, ita BG ad GA, quia verò BH est ipsi AF æqualis; erit & BG ipsi GA æqualis. ergo recta linea EFG bifariam diuidit AB. quod demonstrare oportebat.

Reliquum est, vt ob sequentem demonstrationem alteram propositionem ostendamus.

PROPOSITIO.

Centrum grauitatis cuiuslibet trianguli est in recta linea basi ducta æquidistante, quæ latus ita diuidat, vt pars ad angulum reliquæ ad basim sit dupla.

In trianagulo enim ABC ducta sit DE basi BC æquidistans, quæ latus AB diuidat in D, ita vt DA ipsius DB sit duplex. Dico in linea DE centrum esse grauitatis trianguli ABC. Ducatur ab angulo A ad dimidiam BC linea AF, quæ diuidat DE in G. erit AD ad DB,
2. sexti. vt AG ad GF, ac propterea erit AG ipsius GF dupla. punctum ergo G centrum est grauitatis trianguli ABC. Quare constat centrũ esse in linea DE. quod demonstrare oportebat



COROLLARIVM.

Ex hoc elici potest centrum grauitatis cuiuslibet trianguli esse in medio ductæ lineæ basi æquidistantis, quę latus diuidat ita, vt portio ad verticem sit reliquę ad basim dupla.

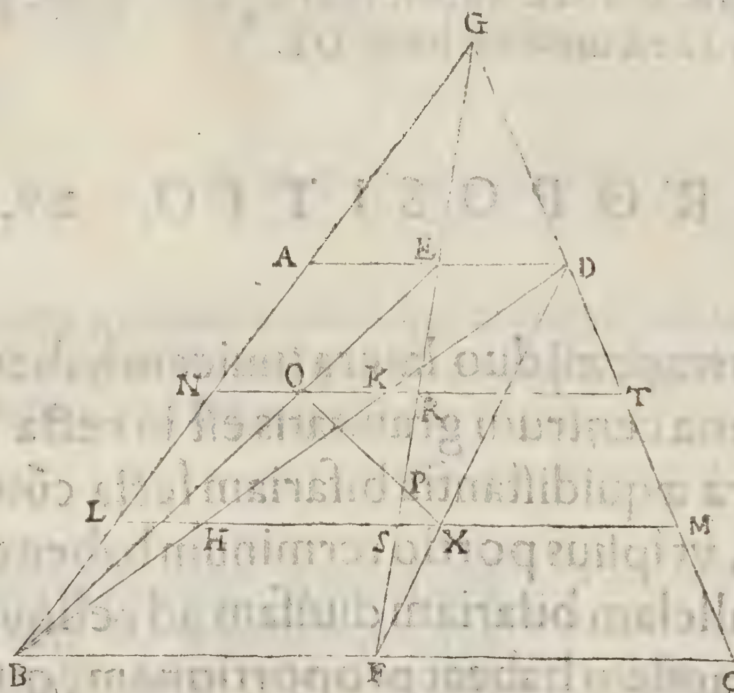
Est enim DG ad GE, vt BF ad FC. sunt verò BF FC æquales; ergo & DG GE inter se sunt æquales. quare grauitatis centrum G est medium lineę DE. *lemma ãte 2. demonstrationem 13. huius.*

PROPOSITIO. XV.

Omnis trapezij duo latera inuicem habentis æquidistantia centrum grauitatis est in recta linea, quæ latera æquidistantia bifariam secta cõiungit; ita diuisa, vt ipsius portio terminum habens minorem parallelam bifariam diuisam ad reliquá portionem eandem habeat proportionem, quam habet vtraque simul, quæ sit æqualis duplæ maioris parallelarum cum minore ad duplá minoris cum maiore.

Sit trapezium ABCD habens latera AD BC parallelæ. linea verò EF bifariam diuidat AD BC. Quòd igitur in linea EF sit centrum grauitatis trapezii, perspicuum est. productis enim CDG FEG BAG, liquet in idem punctum, putà G *concurrere.* propterea quòd cùm sit AD æquidistans ipsi BC, necesse est proportionem ipsius BA ad AG, ipsiusquè FE ad EG, & CD ad DG, quæ nimirũ in omnibus eadẽ est, in vnũ & idẽ pũctũ terminare. *eritq́; trianguli GBC centrum grauitatis in linea GF. similiterquè trianguli* *ex 2. sexti* *13. huius.*

8. buius. *AGD centrum grauitatis in linea EG. ergo reliqui trapezii ABCD centrum grauitatis erit in linea EF. iungatur itaque BD, quæ in tria æqua in punctis KH diuidatur. ac per ea ducatur LHM NkT ipsi BC æquidistantes;* quæ lineam EF in punctis RS dispescant. *Iunganturquè DF BE,* secetquè DF lineam LM in X. ipsa verò EB secet NT in O. Iungaturquè *OX,* quælineam EF in



P secet. *erit itaque trianguli DBC centrum grauitatis in linea HM, cùm sit HB tertia pars ipsius BD;* sitquè propterea DH ipsius HB dupla. *& per punctum H ducta sit basi* BC *æquidistans MH. est autem centrum quoque grauitatis trianguli DBC in linea DF;* quę est ab angulo D ad dimidiam BC ducta. *Quare dicti trianguli centrum grauitatis est punctum X. Eademquè ratione* cùm sit DK tertia pars ipsius DB, ac propterea sit BK ipsius KD dupla; sitquè KN æquidistans ipsi AD; erit centrum grauitatis trianguli ABD in linea KN; idem verò centrum reperitur quoq; in linea BE, cùm sit ab angulo B ad dimidiam AD ducta; ergo *punctum O,* vbi se inuicem secant, *centrum est grauitatis triãguli ABD. magnitudinis igitur ex vtrisque triangulis ABD BDC compositæ, quæ est trapezium* ABCD, *centrum grauitatis est in recta li-*

ex proxime demonstratis.

13. buius.

nea

nea OX. *dicti autem trapezii centrum gauitatis est etiam in linea* EF, *quare trapezii ABCD centrum grauitatis est punctum P. At verò triangulum BCD ad ABD proportionem habet eam, quam OP ad PX.* cùm sint puncta OX triangulorum centra grauitatis, ac punctum P vtrorumque commune centrum. *Sed vt triangulum BDC ad triangulum ABD, ita est* quoque basis *BC ad* basim *AD.* cùm triangula eandem habeant altitudinem, siquidem sunt in ijsdem parallelis AD BC. quare vt BC ad AD, ita OP ad PX. *Sed* quoniam anguli RPO SPX ad verticem sunt ęquales, & angulus PRO ipsi PSX, velùti angulus ROP angulo PXS est ęqualis, erit triangulum OPR triangulo XPS simile; quare *vt OP ad PX, sic PR ad PS.* est autem BC ad AD, vt OP ad PX; *vt igitur BC ad AD, ita RP ad PS.* & antecedentium dupla, duæ scilicet BC ad AD, vt duæ PR ad PS. & componendo duæ BC cum AD ad AD; vt duæ PR cum PS ad PS. & ad consequentium dupla, vt scilicet duæ BC cum AD ad duas AD, ita duæ PR cum PS ad duas PS. dictum est autem BC ad AD ita esse, vt PR ad PS. quare conuertendo AD ad BC erit, vt PS ad PR. & antecedentium dupla. hoc est duæ AD ad BC, vt duæ PS ad PR. Itaque in eadem sunt proportione duę BC cum AD ad duas AD, vt duę PR cū PS ad duas PS. sicut verò duę AD ad BC, ita duę PS ad PR. antecedentes igitur ad suas simul consequentes in eadem erunt proportione. *Quare sicut duæ BC cum AD ad duas AD cum BC, ita duæ RP cum PS ad duas PS cum PR, verùm duæ quidem RP cum PS est vtraque simul SR RP.* bis enim assumitur PR, semel verò PS. Cùm autem lineæ DH ES à lineis diuidantur ęquidistantibus ED OT HM, erit DK ad KH, vt ER ad CS; kD verò est æqualis KH, erit ER ipsi RS ęqualis. erit igitur ER cum RP, *hoc est PE* ipsis SR RP ęqualis. *duæ verò PS cum PR est vtraque PS SR.* bis enim assumitur PS, semelquè PR. & quoniam FS est ęqualis ipsi SR. quod quidem eodem modo ostendetur, cùm sit FS ad SR, vt BH ad Hk. erit FS cum SP, *hoc est PF* ipsis PS SR æqualis. Quare ita se habet PE ad PF, vt duæ BC cum AD ad duas AD cum BC. Centrum igitur grauitatis P trapezij ABCD in linea est EF, quæ cõiungit parallelas AD BC bifariam diuisas

6. huius.
1. sexti.
15. primi.
29. primi.
ex 4 sexti.
11. quinti.
18. quinti
corol. 4. quinti.
cor. 2. lemma ante 13 huius.
1. lemma in 13. huius

uisas

uisas; ita vt pars PE, quæ eſt ad minorem parallelam AD ad reliquam partem PF eam habet proportionem, quam dupla ipſius BC, quæ eſt maior æquidiſtantium, vnà cum minori AD, ad duplam minoris AD cum maiore BC. *ergo demonſtrata ſunt, quæ propoſita fuerant.*

SCHOLIVM.

* Græcus codex poſt ea verba, *cùm ſit HB tertia pars ipſius BD*, habet καὶ διὰ τοῦ θ σαμ῀ιου παράλληλος τᾶ βάσει ὀυχ τᾶς ά μθ, quorũ quidem verba illa ὀυχ τᾶς perperam leguntur; quorum loco ponerem α ομὶνα ἐςὶ, ita vt ſint hoc modo reſtituenda, καὶ διὰ τοῦ θ σαμεῖου παράλληλως τᾶ βάσει αγομένα ἐςὶ ά μθ.

Hæc ſunt, quæ de centro grauitatis figurarum rectilinearũ Archimedes ſcripta reliquit. Ex quibus maxima certè vtilitas habetur; neque ampliùs de rectilineis figuris Archimedes pertractare voluit. ex dictis enim alia omnia dependent. Nam cẽtra grauitatis rectilinearum figurarum, quæ æquales angulos, lateraquè æqualia habent, ex his inuenire poterimus. quæ quidem figuræ in circulo inſcribi poſſunt. Quod ſanè Federicus Cõmandinus in eius libro de centro grauitatis ſolidorum in prioribus propoſitionibus præſtitit. aliaquè nonnulla, vt centra grauitatis rectilinearum figurarum in ellipſi, deindè ipſius circuli, & ellipſis centra grauitatis inuenit. omneſquè demonſtrationes in ijs, quæ in hoc libro iam demonſtrata ſunt, fundauit. præterea ex his etiam idem Commandinus in commẽtarijs libri Archimedis de quadratura paraboles, (quo ad praxim) grauitatis centrum cuiuſlibet figuræ rectilineæ adinuenit. Quod quidem nos quoque, vt initio polliciti fuimus, nõ nullis mutatis idem oſtendemus. hoc prius ſuppoſito.

Triangula in eadem baſi conſtituta eam inter ſe proportionem habent, quam eorum altitudines.

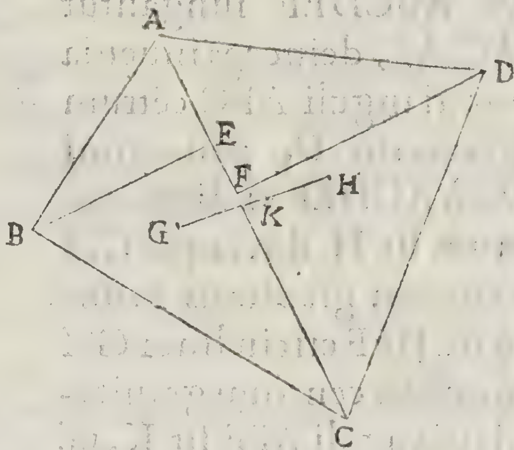
Hoc autem demonſtratum eſt ab excellentiſsimis viris, veriſquè Euclidis interpretibus, Federico Cõmandino, & Chriſtophoro Clauio; qui hanc propoſitionem poſt primam ſexti libri Euclidis demonſtrarunt.

PRO-

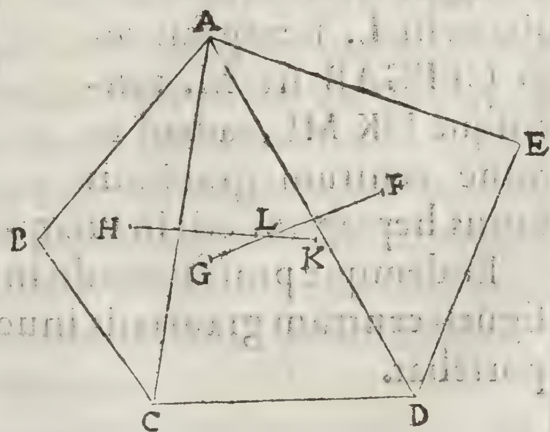
PROBLEMA.

Cuiuslibet rectilineę figurę centrum grauitatis inuenire.

Triangulorum centrum grauitatis iam ab Archimede demonstratum est.

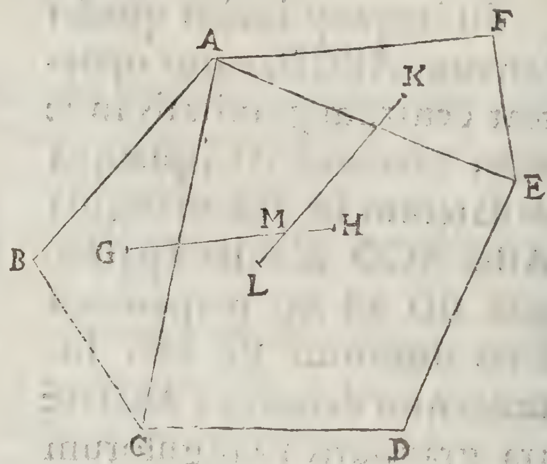


Sit itaque primùm quadrilaterum ABCD, cuius oporteat centrum grauitatis inuenire. Ducatur AC, quæ quadrilaterum in duo triangula ABC ACD diuidet. à pũctisquè BD ad AC perpendiculares ducantur BE DF. Inueniantur deinde ex dictis cẽtra grauitatis triangulorum ABC ACD. sintquè puncta GH. iungaturquè GH, quæ diuidatur in K, ita vt GK ad KH sit, vt DF ad BE. Dico punctum K centrum esse grauitatis quadrilateri ABCD. Quoniam enim triangula ABC ACD in eadem sunt basi AC, erunt interſeſe, vt altitudines. quare triangulum ACD ita se habet ad triangulũ ABC, vt DF ad BE. hoc est GK ad KH. punctũ ergo K cẽtrum est grauitatis magnitudinis ex vtrisquè triangulis ABC ACD compositæ; hoc est quadrilateri ABCD. *ex 6. hui'.*

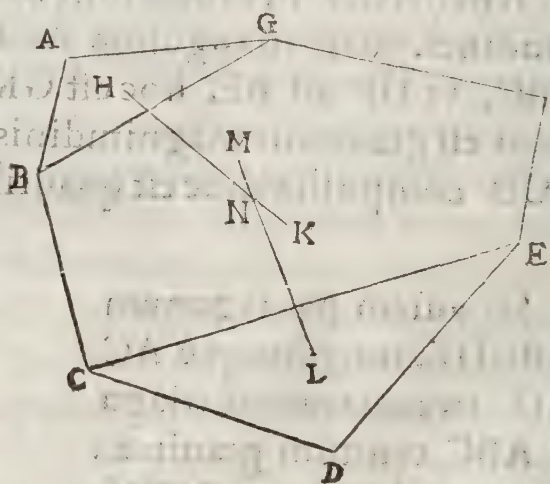


Sit autem pentagonum ABCDE. iungãturquè AC AD. inueniaturquè triãguli ABC centrum grauitatis H. quadrilateri verò ACDE ex proximè demõstratis cẽtrum grauitatis inueniatur K. Iam vtique constat (ducta HK) centrum grauitatis totius ABCDE in linea

HK exiſtere. Rurſus trianguli ADE centrum inueniatur F. quadrilateri verò ADCB punctum G. iungaturquè GF. erit eodem modo centrum grauitatis totius ABCDE in linea FG. ſed eſt quoque in linea HK, ergo vbi ſe inuicem ſecant, vt in L, centrum erit grauitatis pentagoni ABCDE.



In hexagonis ſimiliter. vt ABCDEF iungantur AC AE, deinceps inueniatur trianguli ABC cētrum grauitatis G, pentagoni verò ACDEF ex dictis centrum ſit H. ductaquè GH centrum grauitatis totius ABCDEF erit in linea GH ſimiliter centrum grauitatis trianguli AFE ſit K, pē tagoni verò AEDCB ſit L, iunctaquè KL, erit centrum grauitatis totius hexagoni in linea KL. verùm eſt etiam in linea GH. ergo erit in M. in quo GH KL ſe inuicem ſecant.



Nequè aliter in heptagono ABCDEFG, in quo ducantur BG CE. trianguli verò ABG centrum grauitatis ſit H. hexagoni autē GBCDEF, ſit K. deinde trianguli CDE centrū grauitatis ſit L, hexagoni verò CEFGAB ſit M. iunctiſquè HK ML, eadem ratione centrum grauitatis totius heptagoni erit in vtraquè linea Hk LM. ergo erit in N.

Eodemquè prorſus modo in octagono, & in alijs deinceps figuris centrum grauitatis inuenietur. quæ quidem facere oportebat.

Cur

Cur autem hoc modo centra grauitatum in præfatis figuris positione tantùm, & non determinatè eà in determinata linea, & in tali situ existere inuenerimus, vt in parallelogrammis & in triangulis factum fuit ab Archimede; explicabitur in secundo libro post tertiam propositionem; vbi ostendemus, in quibus figuris determinatè inueniri potest centrum grauitatis.

Antequàm autem finem primo libro imponamus, reliquũ est; vt ea quæ in præfatione supposuimus, ostendamus. primùmquè quando secundùm rectam lineam aliqua diuiditur figura per centrum grauitatis, aliquando diuidi in partes semper çquales, & aliquando in partes inæquales.

PROPOSITIO.

Figura dari potest, quç per centrum grauitatis recta linea diuisa, semper in partes diuidatur æquales.

Sit parallelogrammũ ABCD, cuius centrũ grauitatis E. Ducaturquè per E vtcunq; linea GEF, quç vel diameter est, vel min⁹. si est diameter, iam cõstat parallelogrãmum in duo çqua esse diuisum. Si verò non est diameter, ducãtur diametri AC BD, quæ per E transibunt. Quoniam igitur AF est æquidistans ipsi CG, erit angulus EAF ipsi ECG, & EFA ipsi EGC æqualis, est autem AEF ipsi GEC ad verticem æqualis, latusq; AE ipsi EC æquale; erit triangulum AEF triangulo CEG çquale. eodemquè modo ostendetur triangulum FEB triangulo EGD. & triangulum AED ipsi BEC æquale. Ex quibus patet figuram ex tribus triangulis compositam, hoc est figuram FGDA ipsi FGCB æqualem esse. diuiditur ergo parallelogrãmum à linea per centrum grauitatis ducta in partes semper çquales. quod demonstrare oportebat.

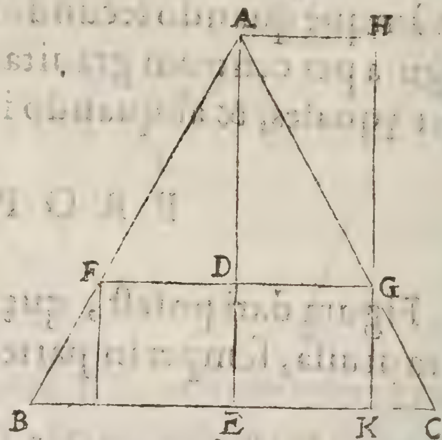
34. primi.
29. primi.
15. primi.

Hoc idem multis alijs figuris accidet, vt pentagonis, hexagonis æquiangulis, & æquilateris, & alijs.

PROPOSITIO.

Figura dari potest, quæ per centrum grauitatis recta linea diuisa, non semper in partes diuidatur ęquales.

Habeat triangulum ABC latera AB AC æqualia. trianguli verò centrum grauitatis sit D. à quo ipsi BC ęquidistans ducatur FDG. Dico partem AFG minorē esse parte BFGC. ducatur ADE, quæ bifariam BC diuidet. & à puncto G ipsi AE ęquidistans ducatur HGK. compleanturquè figurę EH KF. Quoniam enim FG



ex 13. hui[us]

ęquidistans est ipsi BC, erit FD ad DG, vt BE ad EC. & est BE ipsi EC æqualis. erit igitur FD ipsi DG ęqualis. vt etiam paulò antè 15. huius ostendimus. quare FG ipsius DG dupla. est. ac propterea parallelogrāmum FK duplum est parallelogrammi DK. quia verò AD ipsius DE dupla existit, erit quoquè parallelogrammum DH ipsius DK duplum. Quare DH ipsi FK est æquale. At verò quoniam FG dupla est ipsius DG, erit triangulum AFG parallelogrāmo DH æquale. triangulum igitur AFG parallelogrāmo FK est æquale. Quare pars AFG parte BFGC minor existit. quod demonstrare oportebat.

lemma ante secundā demonstrationē 13. huius.

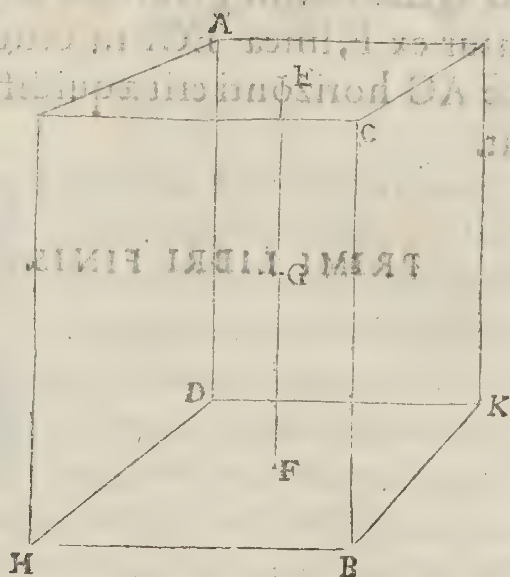
ex 41. primi.

Hinc perspicuum est, eandem figuram per centrum grauitatis diuisam, aliquando in partes inæquales, aliquando in partes æquales diuidi posse. in partes inęquales iam ostensum est hoc accidere per lineā FG. in partes verò æquales patet per lineam ADE, quæ triangulum ABC in duo ęqua diuidit. triāgulum enim ABE triangulo AEC est ęquale, cùm sint sub eadem altitudine, basesquè BE EC inter se sint æquales.

1. sexti.

Adhuc

Adhuc (veluti initio quoque diximus) si fuerit prisma, vt AB, cuius altera basis sit AC. tale verò sit prisma, vt planum AC planis CH CK &c. sit erectum. sit autem ipsius basis AC centrum grauitatis E. Dico si prisma suspendatur ex pū-



cto E, basim AC horizonti æquidistantem permanere. vt cognoscamus ea, quæ his libris pertractantur, ad praxim posse reduci. & ne aliquid absque demonstratione confirmatum relinquamus. hoc quoque ostendemus. hoc pacto.

Primùm quidem ex ijs, quæ demonstrata sunt, rectilineæ figuræ AC centrum grauitatis inueniatur E. eodemquè modo figuræ BD centrum grauitatis sit F. Iungaturquè EF, quæ bifariam diuidatur in G. Iam patet punctum G centrum esse grauitatis prismatis AB, ex octaua propositione Federici Cōmandini de centro grauitatis solidorum; & ex corollario quintæ propositionis eiusdem libri lineam EF lateribus AD CB æquidistantem esse. quoniam autē plana CH CK ad rectos sunt angulos plano AC, erit CB eorum communis sectio eidem plano AC perpendicularis. ac propterea EF ipsi CB æquidistans plano AC perpendicularis existit.

19. vndecimi.

8 ūdecimi

 Itaque

Itaque intelligatur solidum AB ex E suspensum; tunc ex prima propositione de libra nostrorum mechanicorum pondus AB ex E suspensum numquã manebit, nisi recta EG fuerit horizonti perpendicularis. Quando autem EF erit horizonti perpendicularis, erit planum AC horizonti æquidistans. tunc. n. EF tum horizonti, tum plano AC perpendicularis existet. Inuento igitur centro grauitatis E ipsius basis AC; si AB suspendatur ex E, linea EGF in centrum mundi tendet; planumque AC horizonti erit æquidistans. quod demõstrare oportebat.

14. vndecimi.

PRIMI LIBRI FINIS.

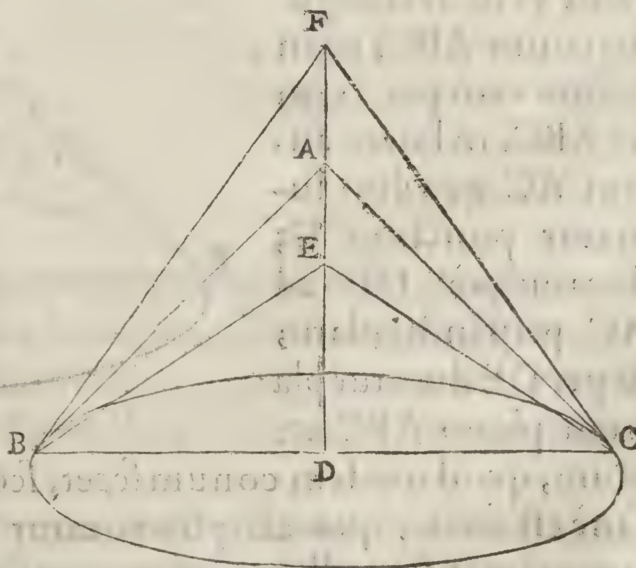
GVIDI VBALDI E' MARCHIONIBVS MONTIS.

In Secundum Archimedis æqueponderantium Librum.

PRÆFATIO.



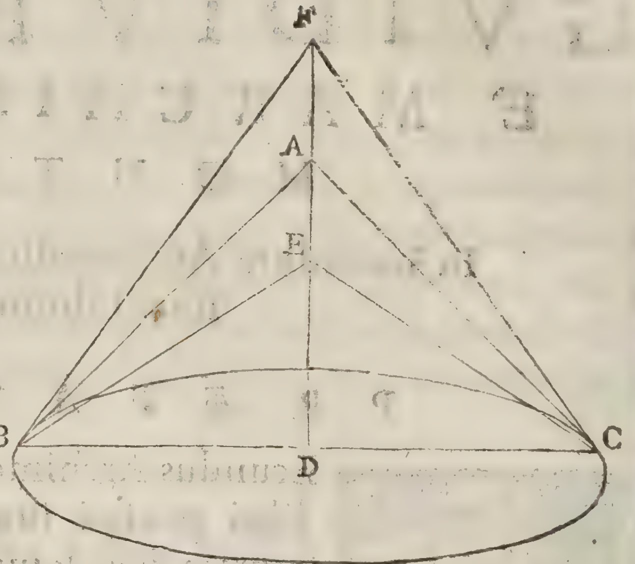
Ecundus Archimedis liber, vt initio primi libri præfati sumus, subtilissima theoremata speculatur. Vult enim Archimedes inuestigare centrum grauitatis plani conicæ sectionis, quæ parabole passim vocatur. quamuis Archimedes alio nomine, ac potiùs descriptione quadam sectionẽ hãc nũcuparit: veluti portio recta linea rectãgulíq; coni sectione cõtẽta. Refert enim Eutocius Ascalonita in principio sui commẽtarij in libros conicorum Apollonij Pergęi, ex sententia Gemini (cui Pappus etiam ex Aristęi sententia assentire videtur) quòd qui ante Apollonium fuerunt, perfectam, & absolutam conorum cognitionẽ non habuerunt; inter quos respõsuit Archimedẽ. Nã inquit conũ definientes, ipsum per rectãguli triãguli circumuolutionem manente vno eorum, quæ circa rectũ angulũ sunt, latere cõsiderarunt. vt habetur in definitionibus Euclidis vndecimi libri elementorũ. vt Conus ABC sit ex circũuoluto triangulo rectangulo ADC, conus verò EBC ex triangulo EDC, & conus FBC ex rectangulo triangulo

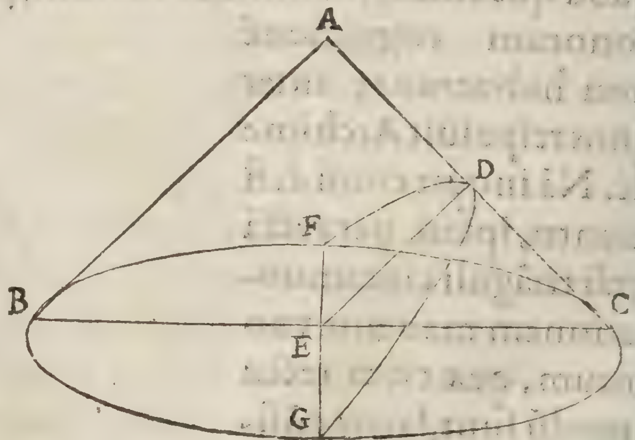


FDC. & si AD fuerit ipsi DC æqualis, conus ABC vocabitur rectangulus. nam vtcumquè ducto plano per axem, quod triangulum faciat ABC; erit angulus BAC ad coni verticem rectus: siquidem DAC recti dimidius existit, veluti DAB. pari ratione si ED fuerit ipsa DC minor; erit conus EBC obtusiangulus: nam ducto per axem plano, habebit triangulum EBC angulum ad verticem coni BEC obtusum; cùm sit BEC maior BAC. existente autem FD ipsa DC maiori, conus FBC acutiangulus nuncupabitur; quoniam triangulũ per axem FBC angulum ad verticem coni F acutum possidebit; siquidem minor est BFC, quam BAC. Refert deinde, quòd vnumquemque horum conorum eodẽ modo prisci secuerunt; vt sit rectangulus conus ABC; triangulum verò per axem sit ABC. in latere autem AC quoduis sumatur punctum D; ducaturquè DE ad AC perpendicularis; & per DE ducatur planum plano ABC erectum, quod quidem conum secet, sectio autem sit FDG. quę sanè est sectio, quæ ab ipsis vocatur rectanguli coni sectio, quippè quæ si intelligatur terminata recta linea FG, nuncupatur portio recta linea, rectanguliquè coni sectione contenta.

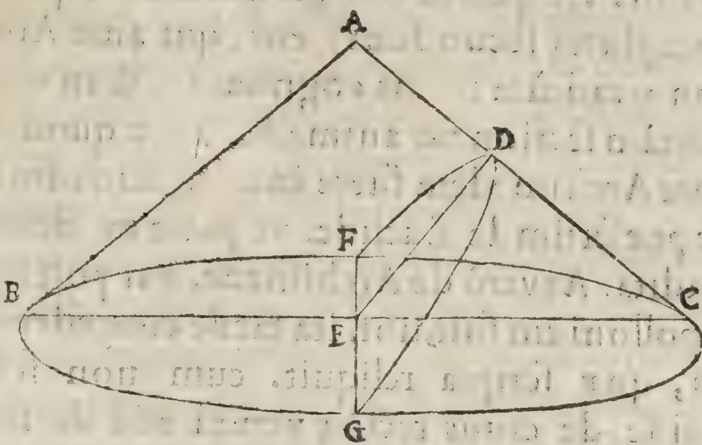
3. primi conicorum Apol.

21. primi.



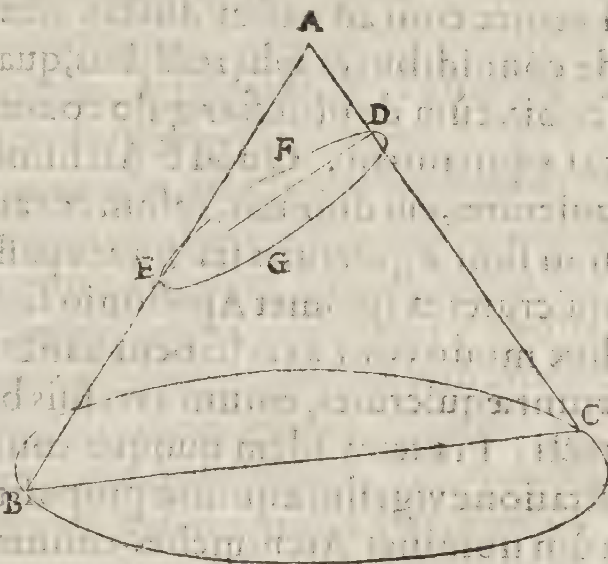


Si verò conus ABC fuerit obtusiangulus, sitquè triangulum per axem ABC, eodẽ modo à quouis puncto D, ducta DE ad rectos angulos ipsi AC, ac per DE ducto plano ad



planum ABC erecto, quod conum secet, vt FDG; erit FDG obtusianguli coni sectio, quæ vnà cum recta FG vocatur portio recta linea, obtusianguliquè coni sectione contenta.

Similiter existẽte cono acutiangulo ABC, cuius triangulum per axem sit ABC. & à pũcto D ducta sit DE perpendicularis ipsi AC, ductoquè plano per DE ad planum ABC erecto, erit DFEG acutianguli coni sectio.



Apollonius autem Pergæus, qui absolutissima commentaria de conicis scripsit, huiusmodi conos omnes vocauit rectos; ad differentiam coni scaleni. coni enim recti axes habent basibus erectos. scaleni verò nequaquam. & in scalenis latera triangulorum per axem non sunt semper æqualia. quod semper conis rectis contingit.

Prẹterea sectionem rectanguli coni parabolen nominauit; obtusianguli verò coni sectionem hyperbolen; sectionem autem acutianguli coni ellipsim nuncupauit. & in vnoquoque cono tàm recto, quàm scaleno has tres inesse sectiones demõ

strauit

ſtrauit. Ex quibus colligit Geminus (quem Eutocius, alijque complures ſecuti ſunt) eos, qui ante Apollonium extitere, conos tantùm rectos cognouiſſe. & in vnoquoque cono vnã tantùm ſectionem animaduertiſſe. quod quidem ſi de ijs, qui ante Archimedem fuere intelligatur, admitti fortaſſe poterit; ac præſertim de Euclide. vt patet ex definitione coni ab eo tradita. At verò de Archimede, qui poſt Euclidem, ante verò Apollonium fuit, non ita facilè concedendum videtur. Nã ex ijs, quæ ſcripta reliquit. eum non ſolùm notitiam habuiſſe de conis rectis; verùm etiã de ſcalenis facilè ex ipſius ſcriptis conijci poteſt. In primo enim libro de ſphæra, & cylindro multis in locis, vt in ſeptima, octaua, nona, decimaquarta, decimaquinta propoſitione; alijsque in locis conos nominat ęquicrures, quod quidem ſecundùm ipſum ſunt, qui in eius ſuperficie æquales habent rectas lineas à vertice coni ad baſim ductas. item in epiſtola quoque libri de conoidibus & ſphęroidibus, quam Archimedes Doſitheo ſcribit. cùm de obtuſiangulo conoide verba facit, conum vocat æquicrurem. Quòd ſi Archimedes hos conos vocauit æquicrures, cui dubium, ipſum eos ad differentiam eorum, qui non ſunt æquicrures ita nuncupaſſe? qui verò non ſunt æquicrures ex ipſomet Apollonio ſunt ſcaleni; nam æquicrures hoc modo coni axes habent baſibus erectos. qui igitur non erunt æquicrures, eorum axes ſuis baſibus nunquàm erunt erecti. Præterea idem quoque confirmari poteſt ex demonſtratione vigeſimæquintæ propoſitionis eiuſdem libri, in qua cùm nominet Archimehes conum rectum proculdubiò ad differentiam eorum, qui non ſunt recti ita eum nuncupauit. nam ſi Archimedes (ex illorum ſententia) conos tantùm rectos cognouiſſet; quorſum his in locis conum rectum, vel æquicrurem nominaſſet? ſat ſibi fuiſſet conum tantùm dixiſſe. Neque verò dicendum eſt Archimedem per cono recto intellexiſſe conum rectangulum eo modo, quem ſupra expoſuimus. nam in ea propoſitione, dum conſtituit hunc conum, non conſurgit conus rectangulus, ſed obtuſiangulus. quapropter conum rectum nominat ad differentiam coni ſcaleni. Cęterùm ut manifeſtè oſtendamus Archimedem conos cogno-

uiſſe

uisse scalenos, consideranda est octaua propositio libri de conoidibus, & sphæroidibus, in qua proponit Archimedes conum constituere, & inuenire, in quo sit sectio ellipsis data, vertex autem coni in linea existat à centro ellipsis ad rectos angulos ellipsis plano erecta. Ex qua constructione planè apparet, Archimedem (vt ex eius demonstratione constat) hoc in loco quærere, & inuenire conum proculdubio scalenum. vt etiã ex nona eiusdem libri propositione perspicuum esse potest; in qua vt plurimùm conus inuenitur scalenus. Ex quibus manifestissimè patet Archimedem non solùm de conis rectis, verũ etiam de conis scalenis notitiam habuisse. Porrò ea verba, quę refert Eutocius ex sententia Heraclij, qui Archimedis vitam literis mandauit; idipsum satis manifestant. Heraclius enim inquit Archimedem quidem primũ conica theoremata fuisse aggressum; Apollonium verò, cùm ea inuenisset ab Archimede nondum edita; tanquam eius propria edidisse. quod quidem etiam ex ipsiusmet Archimedis scriptis cõfirmari potest. in libro namque de conoidibus, & sphæroidibus ante quartã propositionem vbi Archimedes theorema proponit alibi demonstratum, inquit, *Hoc autem ostensum est in conicis elementis*. in principio etiam libri de quadratura paraboles, cùm nonnulla proposuisset; post tertiam propositionem scilicet, inquit *Demonstrata autem sunt hæc in elementis conicis*. nonne igitur constat Archimedem elemẽta conica scripsisse? Obijciet verò aliquis, non propterea constare, hęc elementa conica, quorum meminit Archimedes, ipsiusmet esse Archimedis; cùm non affirmet, hæc fuisse ab ipso demonstrata. verùm illud in primis manifestum est, tempore Archimedis conica elementa extitisse. vt nonnulli Euclidem quatuor conicorum libros edidisse affirmãt; sicut Pappus in septimo Mathematicarũ collectionũ libro asserit. Sed ex modo loquendi Archimedis planè cõstat hæc fuisse ab ipso conscripta. Nam quando Archimedes aliqua supponit ab alijs demonstrata, tũc addere consueuit, illa ab alijs demonstrata esse, vt in vndecima propositione de conoidibus, & sphæroidibus; cùm inquit. *omnis coni ad conum proportionem compositam esse ex proportione basium, & proportione altitudinum*; quod quidem, quia ab alijs demonstratum fuerat, sta-

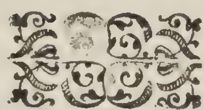
tim inquit, *demonstratum est ab iis, qui ante nos fuerunt*. similiter in libro de sphęra, & cylindro ante propositionem decimam septimam, cùm nonnulla supposuerit ab alijs demonstrata inquit. *Hæc autem omnia à superioribus sunt demonstrata.* In secunda verò parte quītę propositionis hui⁹ secūdi libri cū inquit, *Demonstratum est enim aliis in locis portiones sesquitertias esse triangulorū.* quod quia ipsemet assecutus est in libro de quadratura paraboles, idcircò non addit ab ipsomet hoc ostensum fuisse. Aliaquè huiusmodi loca breuitatis studio omitto ostendentia ea, quæ Archimedes supponit tanquam demonstrata, quādo non addit ab alijs ostensa esse, à se ipso demonstrata fuisse, vt in demonstratione decimæ quartę propositionis primi libri, nec non ex octaua huius secundi libri demonstratione; alijsquè locis perspicuum esse potest. Quare tùm ex præfatis Archimedis locis, tùm Heraclij testimonio manifestè elici potest, Archimedem elementa conica scripsisse. Neque verò quicquā nos turbare debet, quòd Apollonius coni sectionibus nomina imposuerit; si tamen ipse primus fuit; cùm eas proprijs nominibus, vt potè parabolen, hyperbolen, & ellipsim nuncupet; & in quolibet cono omnes agnouerit sectiones. Nam quamuis vsque ad Archimedis tempus hi termini nondum extiterint; & in singulis conis prisci illi vnicam tātùm cognouerint sectionem; Archimedes tamen vlteriùs progressus est, etenim hæc quoque sectionū nomina ipsi fortasse minùs ignota fuerunt: quandoquidem in demonstratione nonæ propositionis de conoidibus, & sphęroidibus ellipsim nominat. Pręterea non solùm cognouit Archimedes conos secari posse planis lateribus coni erectis, verùm etiam alijs modis: quod quidem exemplo ellipsis manifestari optimè potest. Nam in octaua propositione eiusdem libri ellipses latus coni ad angulos rectos minimè secant. veluti quoque in nona propositione idē sępè cōtingit. At verò in eodē adhuc libro antè primā propositionem inquit Archimedes. *Si conus plano secetur cum omnibus eius lateribus coeunti, sectio vel erit circulus, vel acutianguli coni sectio.* Vnde perspicuum est non in vno duntaxat cono acutiangulo, verùm in omnibus conis sectionem ellipsis cognouisse. Præterea ex hoc loquendi modo liquet ipsum sectionem quo

que nouisse subcontrariam; quæ cùm sit basi subcontrariè posita, oĩa latera coni secat; & tñ nõ est ellipsis, sed circulus. quapropter si in omnibus conis ellipsis nouit sectionem; cur in ipsis, & parabolas, & hyperbolas minùs animaduertit? cùm sit manifestum ex dictis in cono obtusiangulo & hyperbolẽ & ellipsim; in rectangulo autem parabolem, ellipsimquè cognouisse? hòc certè non est asserendum. Ex hoc enim perspicuum est Archimedem cognouisse conos secari posse planis, quæ non sint semper ad coni latus erecta. dormitasseque Eutocium Geminum, & alios secus hac in parte de Archimede sentientes. Ampliùs nõ ne cognouit etiam Archimedes secari posse rectangulos conoides, itidemquè & obtusiãgulos planis, quæ neque sint per axem ducta, neque axi æquidistantia; neque super axem erecta. vt in duodecima, decimatertia, & decima quarta propositione eiusdem libri patet. quomodo itaque his quoque modis quemlibet conum secari posse ignorauit? Non est igitur ambigendum Archimedem cognouisse conos secari posse planis ad latus coni differentem inclinationem habentibus. Ex quibus perspicuum est, ipsum in omnibus conis omnes inesse sectiones omnino animaduertisse. At si concedamus etiam sua tempestate nondum sectionibus ipsis propria fuisse imposita nomina; tam eam parabolem, quæ erat rectanguli coni sectio; quàm quæ erat sectio alterius coni, cùm sit eadem sectio, eodem nomine nuncupabat; nempè rectanguli coni sectionem. Et hoc, quia priùs hæc sectio cognita fuit in cono rectangulo (vnde sibi nomen vindicauit) quàm in alio. quod idem dicendum est de alijs sectionibus. Vt manifestum esse potest exemplo sectionis acutianguli coni. Archimedes enim eodem loco, ante primam scilicet propositionem de conoidibus, & sphęroidibus inquit, *Si cylindrus duobus planis æquidistantibus secetur; quæ cum omnibus ipsius lateribus coeant, sectiones, uel erunt circuli; uel conorum acutiangulorum sectiones*. vocat igitur Archimedes acutianguli coni sectionem, tam coni sectionẽ, quàm sectionẽ cylindri. veluti etiã in decimatertia, & decimaquarta propositione eiusdẽ libri acutiãguli coni sectio ab ipso ea nũcupatur sectio, quæ oĩa latera tam conoidis

5. primi conicorũ Apoll.

rectanguli, quàm obtusianguli abscindit. dummodo non sit ad axem erecta. nullaquè alia de causa hæ sectiones omnes idem acutianguli coni sectionis nomen obtiuerunt; nisi quia priùs hæc sectio à cono acutiangulo nomen accepit, quandoquidem in ipso fortasse primùm cognita fuit, quàm in alijs. Ex dictis itaque manifestum est, sententiam Heraclij veram esse posse, & rationi valdè consentaneam; Archimedem scilicet elementa conica scripsisse; Apolloniumquè, cùm ea ab Archimede nondum edita inuenisset, sicut propria sua edidisse. Omitto interim multa ab Archimede in eius libris supponi, quæ non nisi in conicis esse debebant, quæ quidem habētur solùm in conicis Apolloni. Negandum tamen non est, vt Eutocius quoque affirmat, ipsum Apollonium multa auxisse, multaquè ad conica spectantia adinuenisse. vt ipsemet Apollonius in epistola ad Eudemum fatetur. cùm tamen non sit semper facilè inuentis addere. Sed de his hactenus. sat sit autem nouisse, Archimedem, quādo in hoc libro nominat portionem recta linea, rectanguliquè coni sectione contentam, eam significare sectionem, quæ parabole nuncupatur.

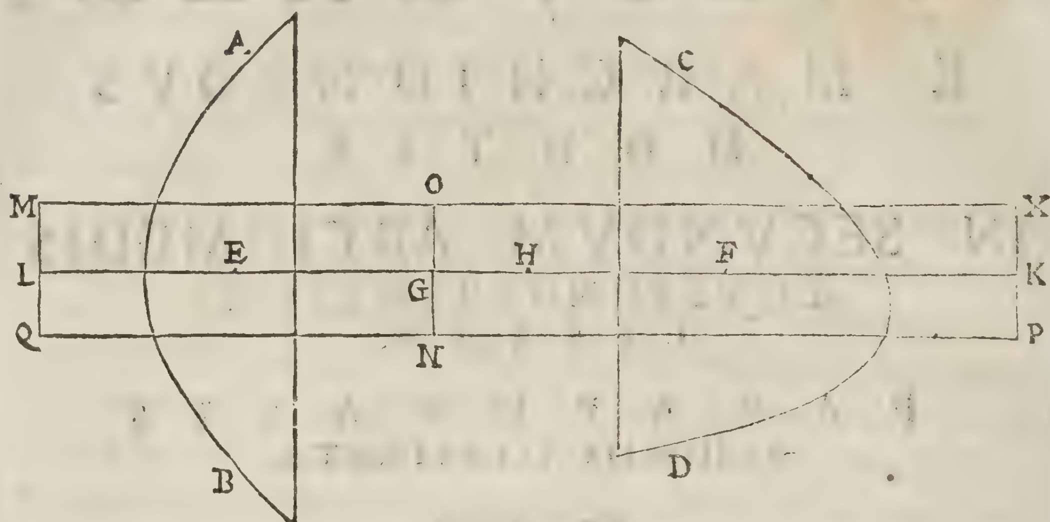
GVIDIVBALDI
E MARCHIONIBVS MONTIS.
IN SECVNDVM ARCHIMEDIS ÆQVEPONDERANTIVM LIBRVM.
PARAPHRASIS SCHOLIIS ILLVSTRATA.



PROPOSITIO. I.



SI duo ſpacia recta linea, & rectanguli coni ſectione contenta, quæ ad datam rectam lineã applicare poſſumus, non habeant idem grauitatis centrũ; magnitudinis ex vtriſque ipſorum compoſitæ centrum grauitatis erit in recta linea, quæ ipſorum centra grauitatis coniungit; ita diuidens dictam rectam lineam, vt ipſius portiones permutatim eandem ad inuicem proportionem habeant, vt ſpacia.



Sint duo spacia AB CD, qualia dicta sunt. ipsorum autem centra grauitatis sint puncta EF. iungaturquè EF, quæ diuidatur in H; *& quam proportionem habet AB ad CD, eădem habeat FH ad HE. ostendendum est magnitudinis ex utrisquè AB CD spaciis compositæ centrum grauitatis esse punctum H. sit quidem ipsi EH utraque ipsarum FG FK æqualis; ipsi autem FH, hoc est GE* (sunt enim EH GF æquales, à quibus dempta communi GH remanent EG HF ęquales) *sit æqualis EL.* & quoniă FH est æqualis LE, & FK ipsi EH, *erit & LH ipsi KH æqualis.* Cùm autem sit FH ad HE, vt AB ad CD; ipsi verò FH vtraque sit æqualis LE EG. ipsi autem HE vtraque æqualis GF FK. *erit etiă ut LG ad Gk, ita AB ad CD.* cùm sit LG ad GK, vt FH ad HE; *dupla enim est utraque* LG GK *utriusque* FH HE. *At uerò circa punctum* E *ipsius AB,* quod est eius centrum grauitatis, *ex utraque parte lineæ LG ipsi LG æquidistantes ducantur* MO QN, quæ æqualiter ab LG distent, ductis scilicet MQ ON æquidistantibus, sint LM LQ GO GN inter se æquales; *ita ut spacium MN sit spacio AB æquale*: quod quidem applicatum est ad lineă LG. *erit utique ipsius MN centrum grauitatis punctum E.* cùm sit pŭctum E in medio lineæ LG, quæ bifariam diuidit latera opposita MQ ON parallelogrammi MN. *compleatur itaque spacium NX. habebit quidem MN ad NX proportionem,*

2. cor. 9. primi huius.

quam

quam habet QN ad NP, hoc eſt *LG ad GK. habet autem &* *AB ad CD proportionem ipſius LG ad GK. ut igitur AB ad CD, ſic eſt MN ad NX. & permutando* vt AB ad MN, ita CD ad NX. *æquale autem eſt AB ipſi MN, erit igitur & CD ipſi NX æquale. Centrum autem grauitatis ipſius* NX *eſt punctũ F.* propterea quod eſt in medio lineæ GK, quæ parallelogrammi NX oppoſita latera ON XP bifariam ſecat. *& quoniam æqualis eſt LH ipſi HK, totaquè Lk oppoſita latera* MQ XP *bifariam diuidit, totius PM centrũ grauitatis erit punctum H. Verùm ipſum MP æquale eſt utriſque MN NX;* quorum, cùm ſint centra grauitatis EF, æqueponderabunt ſpacia MN NX ex diſtantijs FH HE. ſi igitur loco parallelogrammorum MN NX ponatur AB in E, & CD in F; cùm ſit AB ipſi MN, & CD ipſi NX æquale; ſpacia AB CD ex diſtantijs FH HE æqueponderabunt. *ac propterea magnitudinis ex utriſque AB CD* compoſitæ *centrum grauitatis eſt punctũ H.* quod quidem propoſitum fuit.

16. quinti.

2. cor. 9. primi hui⁹.

8. poſt hui⁹

SCHOLIVM.

Cùm ſit intentio Archimedis nonnulla pertractare ad parabolen ſpectantia; primùm iacit fundamentum, parabolas nempe ita ſe habere, vt permutatim diſtantiæ, ex quibus ſunt collocatæ, ſe habent. & quãuis vniuerſim, atquè in omnibus mutuam hanc conuenientiam ex dictis ex primo libro depræhendere liceat, hoc tamen loco peculiariter voluit ad huberiorem doctrinam id ipſum in parabolis demonſtrare. & quamuis in primo libro dixerit Archimedes magnitudines æqueponderare, quando ita ſe habent interſe, ut diſtantiæ permutatim ſe habent; hoc autem loco quærit centrũ grauitatis magnitudinis ex parabolis compoſitæ; non ſunt tamẽ propoſitiones diuerſæ. nam & in primo libro dum in demonſtratione quærit proportionem diſtantiarum, oſtendit, vbinam ſit centrum grauitatis magnitudinum. quare quãuis propoſitiones videantur diuerſæ, non ſunt tamen diuerſæ, etenim vt poſt tertiam primi libri propoſitionem adnotauimus,

6. 7. primi huius.

hæc planè ſe conſequuntur, vt exempli gratia in figura punctum H centrum eſt grauitatis magnitudinis ex vtriſque AB CD compoſitæ. ergo AB, & CD ex diſtantijs HE HF æqueponderant. & è contra. hoc eſt AB CD æqueponderant ex diſtantijs EH HF. ergo punctum H centrum eſt grauitatis magnitudinis ex vtriſque AB CD compoſitæ; cũ ſit EHF recta linea. Solent autem mathematici aliquando eandem propoſitionem pluribus medijs demonſtrare; idcirco conſiderandum eſt, Archimedem in hac propoſitione alio vti medio ad oſtendendum punctum H centrum eſſe grauitatis, quo uſus eſt in ſexta propoſitione primi libri. cùm in primo libro per diuiſionem magnitudinum, diuiſionemquè diſtantiarum vniuerſaliter domonſtret centrum grauitatis magnitudinum. hoc autem loco per parallelogramma MN NX parabolis æqualia, & circa centra grauitatis EF conſtituta, inuenit centrum grauitatis magnitudinis ex vtriſque parallelogrammis MN NX compoſitæ. quod eſt quidẽ punctum H. medium nempè totius parallelogrammi MP. quod idem punctum H centrum eſt grauitatis vtriuſque paraboles AB CD in EF collocatæ.

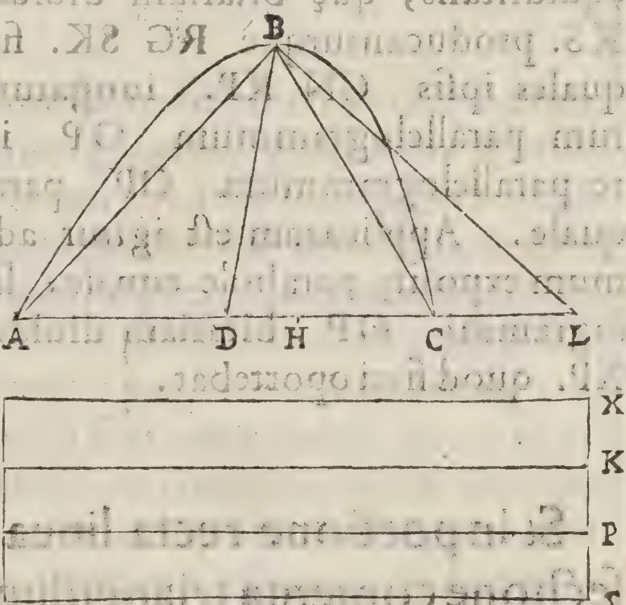
ex 9. & 10 primi hui°.

Ex his obſeruandum occurrit, hanc eſſe peculiarem methodum, qua poſſumus quorumlibet planorum æqueponderationem oſtendere; hoc eſt plana ex diſtantijs eandem permutatim proportionem habentibus, vt eadem met plana, æqueponderare; dummodo ipſis æqualia parallelogramma conſtituere poſſimus. ac propterea ſupponit Archimedes, nos poſſe applicare ad rectam lineam ſpacium æquale ſpacio recta linea, rectanguliquè coni ſectione contento. quod quidẽ ſpacium ſupponit parallelogrammum exiſtere, cùm punctum E centrum ſit grauitatis ſpacij MN, & F ſpacij NX. punctum verò H totius PM. quòd ſi MN NX & MP non eſſent parallelogramma, neque puncta EFH eorum centra grauitatis exiſterent. vt ex demonſtratione patet. ſuppoſuit tamen Archimedes nos poſſe applicare ad rectam lineam parallelogrammum æquale ſpacio recta linea, rectanguliquè coni ſectione contento; quia duplici medio in

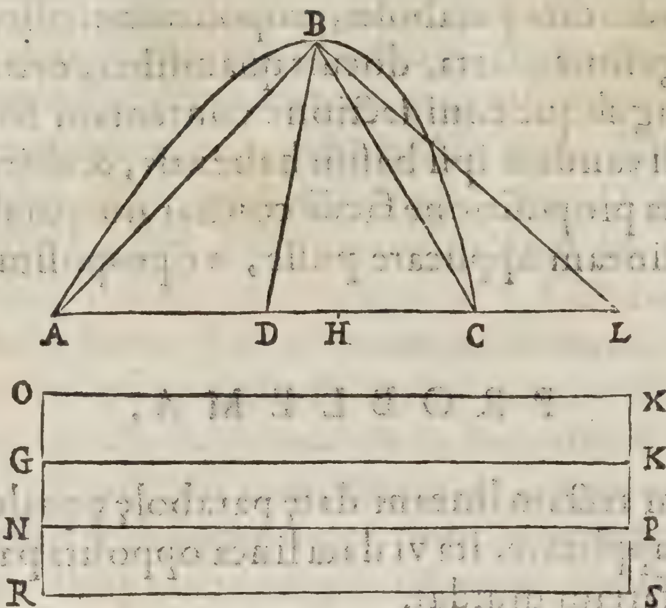
libro de quadratura paraboles, propositione scilicet decimase ptima, & vigesimaquarta, docuit quamlibet portionem recta linea, rectanguliquè coni sectione contentam sesquitertiam esse trianguli eandem ipsi basim habentis, & altitudinẽ ęqualem. Ex qua propositione facilè constat nos parabolę spaciũ ad rectam lineam applicare posse, vt propositum fuit hoc modo.

PROBLEMA.

Ad datam rectam lineam datę parabolę ęquale parallelogrammum applicare, ita vt data linea opposita parallelogrã- mi latera bifariam diuidat.



Data sit parabole ABC, sitquè data recta linea GK, oportet ad GK parallelogrãmum applicare æquale portioni ABC, ita vt GK bifariam diuidat opposita parallelogrammi latera. Constituatur super AC triãgulũ ABC, qđ basim habeat AC, eandemque portionis altitudinẽ; quod quidẽ fiet, inuẽta diametro DB, quæ parabolen in B secet, iunctisq; AB BC. erit vtique parabole ABC trianguli ABC sesquitertia. 44. secũdi conicorum Apoll. Itaque diuidatur AC in tria ęqualia, quarum vna pars sit CH. 17 24. Arch. đquad. patab. producaturquè AC. fiatquè CL ipsi CH ęqualis: erit sanè AL ipsius AC sesquitertia. Et ob id (iuncta BL) erit triangulum ABL trianguli ABC sesquitertium. sunt quippè triangula ABL ABC inter se, vt bases AL AC. 1. sexti. ac per consequens triangulum ABL parabolę ABC existit ęquale. Applicetur itaque ad lineã GK parallelogrãmũ GS ęquale triãgulo ABL: ex 44. primi. erit GS parabo-



læ ABC ęquale. deinceps ducatur NP ipſi GK ęquidiſtans, quę biſariam diuidat oppoſita latera GR KS. producanturquè RG SK. fiantquè GO KX ęquales ipſis GN KP. iungaturquè OX; erit nimirum parallelogrammum OP ipſi GS ęquale. quare parallelogrammum OP parabolę ABC exiſtit ęquale. Applicatum eſt igitur ad GK parallelogrammum expoſitę parabolę ęquale. lineaquè GK parallelogrammi OP biſariam diuidit oppoſita latera ON XP. quod fieri oportebat.

Si in portione recta linea rectanguliquè coni ſectione contenta triangulum inſcribatur, eandẽ baſim cum portione habens, & altitudinem æqualem: & rurſus in reliquis portionibus triangula inſcribantur, quæ eaſdem baſes cum portionibus habeant, & altitudinem æqualem; ſemperquè in reſiduis portionibus triangula eodem modo inſcribantur: figura, quæ in portione oritur, planè inſcribi dicatur. Patet quidem lineas

huius figuræ inſcriptæ angulos, qui ſunt vertici portionis proximi, eoſque deinceps coniungentes, baſi portionis æquidiſtantes eſſe; bifariamque à diametro portionis diuidi; diametrum verò in proportione diuidere numeris deinceps imparibus. vno denominato ad verticem portionis. Hoc autem ordinatè oſtenſum eſt.

SCHOLIVM.

Scopus Archimedis in hoc ſecundo libro, vt initio primi diximus, eſt inuenire centrum grauitatis paraboles. & vt deducat nos in hanc cognitionem, quadam vtitur figura rectilinea in parabole inſcripta, quę plurimùm conducit, & eſt tã quam medium ad inueniendum hoc grauitatis centrum. his igitur verbis docet, quomodo in parabole inſcribenda ſit hęc figura; in quibus multa quoque proponit tanquam ſit propoſitio quædam; in qua multa ſint oſtendenda. quorum tamen demonſtrationem omiſit, ac tanquam ab eo alibi demonſtratam. Horum autem ex Apollonij Pergęi conicis demonſtrationem elicere quidem potuiſſemus. at quoniam Archimedes ipſe nonnulla ad hæc ſpectantia alijs in locis demonſtrauit, ideo Archimedem per Archimedem declarare opportunum magis nobis viſum eſt.

Sit portio contenta recta linea, rectanguliquè coni ſectione ABC, cuius diameter BD. Iunganturquè AB BC, diuidatur deinde AB bifariam in E, à quo ipſi BD æquidiſtans

ducatur EF, erit vtique punctum F vertex portionis AFB. vt Archimedes demonstrauit in libro de quadratura paraboles propositione decimaoctaua. iunganturquè AF FB. rursus bifariam diuidantur AF FB in punctis GH, à quibus ipsi BD ducantur æquidistantes GI HK ob eandem caussam erit punctum I vertex portionis AIF. K verò portionis FKB. connectanturquè AI IF FK KB. eademquè prorsus ratione ad alteram partem inscribantur triangula CLB

CML, & LNB. Primùm quidẽ triangulum ABC dicitur planè inscriptum, vt Archimedes ipse infra in demonstrationibus quintæ, sextæ, & octauæ propositionis nominat. Dein de figura AFBLC, figuraquè AIFKBNLMC dicuntur in portione planè inscriptæ. figuraquè AFBLC vnà cum AC pentagonũ in portione planè inscriptũ dici pŏt. vt Archimedes in secunda parte demonstrationis quintæ propositionis huius libri nuncupat. ideòquè erit AIFKBNLMC nonagonum in portione planè inscriptum. & ita in alijs. Connectã

tur

tur KN FL IM, quæ diametrum BD secent in punctis STV. ostendendum est, lineas KN FL IM basi AC æquidistantes esse. deinde diametrum BD lineas KN FL IM bifariam in punctis STV diuidere. postremo lineas KN FL IM ita diametrum BD dispescere, vt posito vno BS, linea ST sit tria; TV quinque; & VD septem. Producantur FE KH ad RX. quoniam enim FR est æquidistans BD, erit AE ad EB, vt AR ad RD; estquè AE ipsi EB æqualis. ergo AR ipsi RD æqualis existit. eodemquè modo ostendetur FX æqualem esse XT. quandoquidem est FX ad XT, vt FH ad HB. similiterquè ad alteram partem, existentibus LO NP ipsi BD æquidistantibus, erit DO ipsi OC æqualis, & TP ipsi PL. quod quidem eodem prorsus modo demonstrabitur. Quoniam autem AC bifariam à diametro diuiditur in puncto D, erit DR ipsi DO æqualis, cùm vnaquæque sit dimidia ipsarum AD DC æqualium. est igitur RD dimidia ipsius AD, quæ dimidia est basis AC. quod idem euenit ipsi DO. quare BD sesquitertia est ipsius FR, & ipsius LO, ex decimanona Archimedis de quadratura paraboles. ac propterea eandem habet proportionem BD ad FR, quam ad LO. vnde sequitur FR æqualem esse ipsi LO. & ob id FL ipsi AC æquidistantē esse. & FT ipsi RD, & TL ipsi DO æqualem. vnde FT ipsi TL æqualis existit. eademquè ratione prorsus in portione FBL ostendetur KN ipsi FL, ac per consequens ipsi AC æquidistantem esse. & KS ipsi SN æqualem existere. Producatur IG ad Z, quæ ipsam AB secet in 9. linea verò LO secet BC in Q; ductaquè MY ipsi BD æquidistans ipsam secet BC in α. & quoniam IZ est æquidistans FR, erit AG ad GF, ut A9 ad 9E, & AZ ad ZR. & est AG ipsi GF æqualis, erit igitur A9 ipsi 9E, & AZ ipsi ZR æqualis. Eodemquè modo ostendetur Cα ipsi αQ, & CY ipsi YO æqualem esse. quoniam autem in portione AFB à dimidia basi ducta est EF, à puncto autem 9, hoc est à dimidia dimidiæ basis AB (est enim E9 dimidia ipsius AE, quæ dimidia est basis AB) ducta est 9I diametro æquidistans, erit EF sesquitertia ipsius I9. pariquè ratione ostendetur QL sesquitertiam esse ipsius Mα. quare vt FE ad I9, ita LQ ad Mα. ob similitudinem

2. *lemma.*

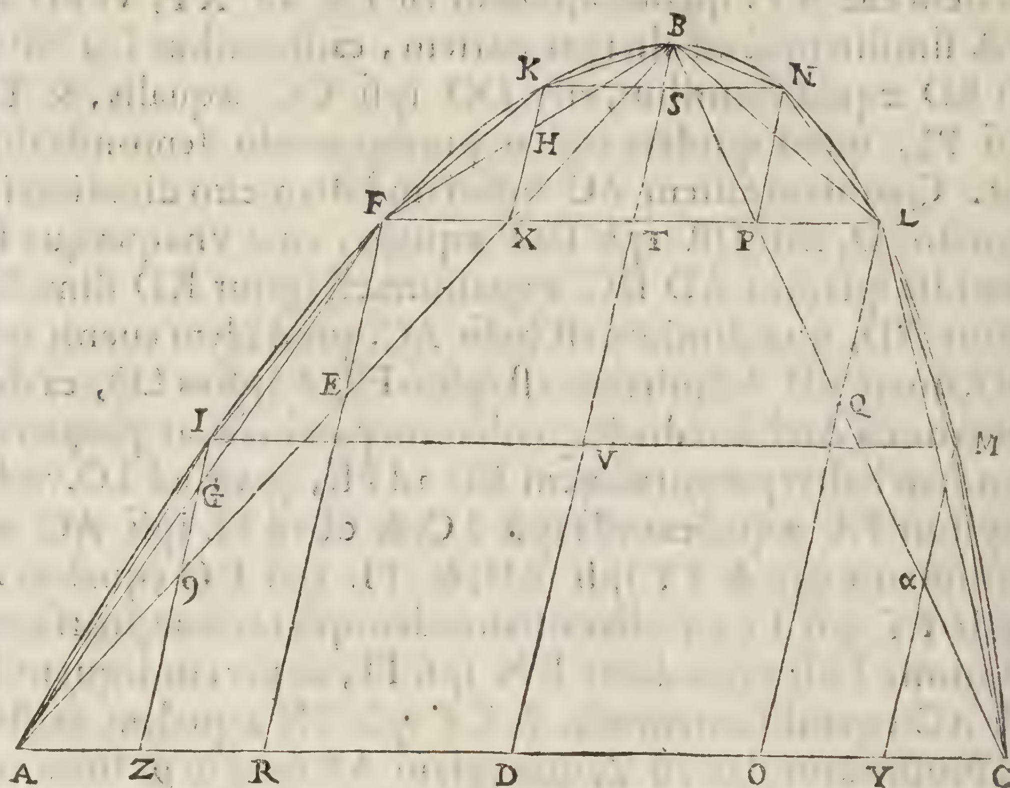
9. *quinti.*

ex 33. 34. *primi.*

2. *sexti.*

autem

ex 4. sexti. autem triangulorum ABD AER ita est BD ad ER, vt DA ad AR. eademquè ratione ita se habet BD ad QO, vt DC ad CO. Sed vt DA ad AR, ita est DC ad CO, est quippe DA ipsius AR dupla, veluti DC ipsius CO. quare i-
11. quinti. ta erit BD ad ER, vt BD ad QO. ac propterea ER ipsi
9. quinti. QO ęqualis existit. ostensa verò est RF ęqualis OL, reliqua igitur EF reliquæ QL est æqualis. quia verò ita est FE
16. quinti. ad I9, vt QL ad Mα, erit permutando FE ad QL, vt I9



ad Mα. suntquè FE QL ęquales, ergo I9 ipsi Mα ęqualis existit. quoniam autem ob triangulorum similitudinem AER A9Z, ita est AR ad AZ, vt ER ad 9Z. ob similitudinem verò triangulorum QOC αYC ita est CO ad CY, vt QO ad αY: & est RA ad AZ, vt OC ad CY, cùm
ex 11. quinti 16. quinti vtręque in dupla existant proportione; erit ER ad 9Z, vt QO ad αY. & permutando ER ad QO vt 9Z ad αY. est verò ER ipsi QO, æqualis, ergo 9Z ipsi αY ęqualis existit. at verò ostensa est I9 ęqualis Mα; tota igitur IZ ipsi MY est ę-

qualis,

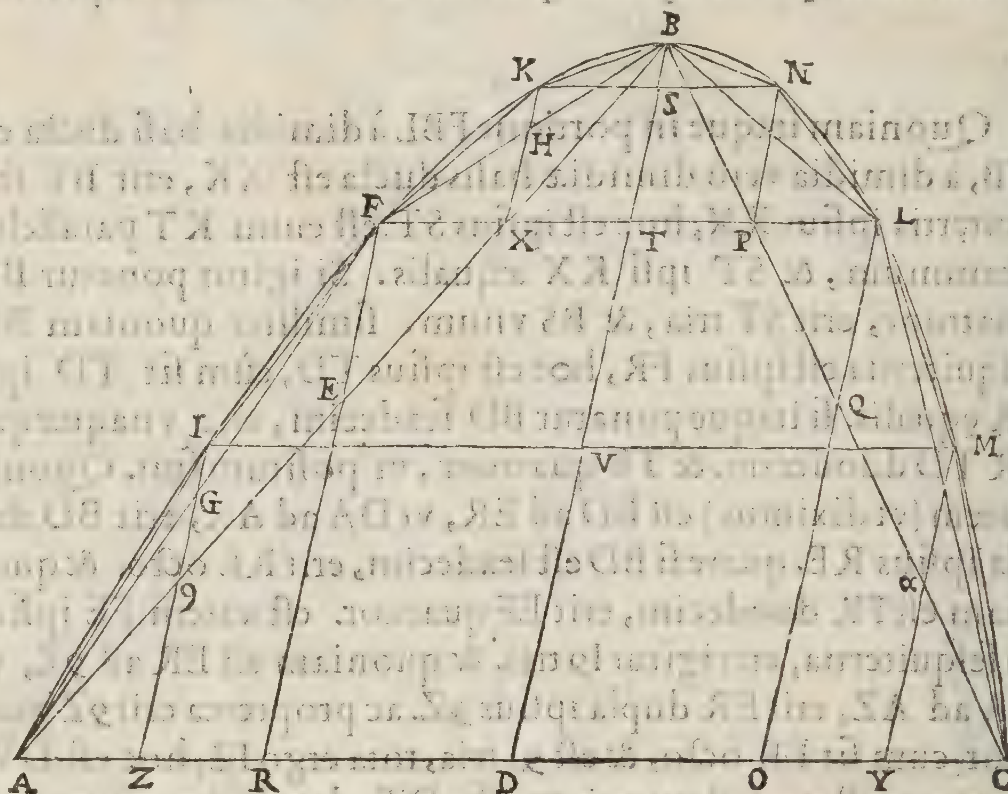
æqualis, quæ cùm sint ipsi BD æquidistantes, erunt & inter se parallelæ. quare IM ipsi AC est æquidistans. Quoniam itaque AR est æqualis CO, & horum dimidia, hoc est RZ ipsi OY æqualis erit. atqui DR est ipsi DO æqualis; ergo DZ ipsi DY existit æqualis. ipsi verò DZ est æqualis IV, & ipsi DY æqualis VM, erunt igitur IV VM inter se æquales. Iam itaque ostensum est, lineas KN FL IM, quę coniungunt angulos figuræ in parabole planè inscriptæ, ipsi AC æquidistantes esse. Diametrumquè BD ipsas in punctis STV bifariam dispescere. 33. primi. 34. primi.

Quoniam itaque in portione FBL à dimidia basi ducta est TB, à dimidia verò dimidiæ basis ducta est XK, erit BT sesquitertia ipsius KX, hoc est ipsius ST: est enim KT parallelogrammum, & ST ipsi KX æqualis. Si igitur ponatur BT quattuor, erit ST tria, & BS vnum. similiter quoniam BD sesquitertia est ipsius FR, hoc est ipsius TD, cùm sit TD ipsi FR ęqualis. si itaque ponatur BD sexdecim, erit vnaquæque FR TD duodecim. & TB quattuor, vt positum fuit. Quoniá autem (vt diximus) est BD ad ER, vt DA ad AR, erit BD dupla ipsius RE. quare si BD est sexdecim, erit RE octo. & quoniam est FR duodecim, erit EF quatuor. est autem FE ipsius I9 sesquitertia, erit igitur I9 tria. & quoniam est ER ad 9Z, vt RA ad AZ, erit ER dupla ipsius 9Z. ac propterea erit 9Z quattuor, cum sit ER octo, & est 9I tria, tota ergo IZ, hoc est DV, septem existet. sed quoniam est DT duodecim, cuius pars DV est septem, erit reliqua VT quinque. Posito igitur BS vno, erit ST tria, TV quinque, & VD septem. quod erat quoque demonstrandum. Et hæc sunt quę ab Archimede proposita fuerant. 19. Archimedis de quad. parab. 34. primi.

Ex his tamen nonnulla quoque colligemus ad ea, quæ sequuntur necessaria. ac primùm quidem constat BD quadruplam esse ipsius BT, & ipsius FE. H

Oſtenſum eſt enim BD ſexdecim eſſe, & BT quatuor, & FE itidem quatuor exiſtere. Ex demonſtratione autem Archimedis decimæ nonæ propoſitionis de quadratura paraboles clarè elicitur BD quadruplam eſſe ipſius BT.

Ex quibus etiam ſequitur FE QL interſe æquales eſſe. ambo enim ſunt, vt quatuor.



Præterea oſtendendum eſt triangulum AFB triãgulo BLC ęquale eſſe, portionemquè paraboles AFB portioni BLC ęqualem. Ampliùs triangulum AIF triangulo CML, & portionem AIF portioni CML æqualem eſſe, & reliqua triangula reliquis triangulis, ac portiones portionibus ęquales eſſe.

Ex vigeſima prima propoſitione Archimedis de quadratura paraboles triangulum ABC vniuſcuiuſque trianguli AFB BLC eſt octuplũ. ergo ad ambo eandẽ hẽt proportionẽ. quare triangula AFB BLC interſe ſunt ęqualia. At vero quoniã *9. quinti.*

portio

portio AFB trianguli AFB eſt ſeſquitertia, quemadmodum portio BLC trianguli BLC, erit portio AFB ad triangulum AFB, vt portio CLB ad triangulum CLB. & permutando portio AFB ad portionem CLB, vt triangulum AFB ad ipſum CLB. triãgula verò ſunt æqualia; ergo portiones AFB CLB interſe ſunt æquales. Eademquè ratione triangulũ AFB octuplum eſt trianguli AIF, & triangulum CLB octuplum ipſius CML. vnde triangula AIF CML ſunt æqualia. et earum quoque portiones AIF CML ſunt æquales, ſiquidem ſunt triangulorum ſeſquitertiæ. Et hoc modo reliqua triangula FKB LNB, & portiones FKB LNB oſtendẽtur æquales. cùm ſit triangulum FBL dictorum triangulorum octuplum. quod oportebat quoque demonſtrare.

17. 24. Archimedes de quad. parab.
16. quinti
21. Archimedis de quad. parab.

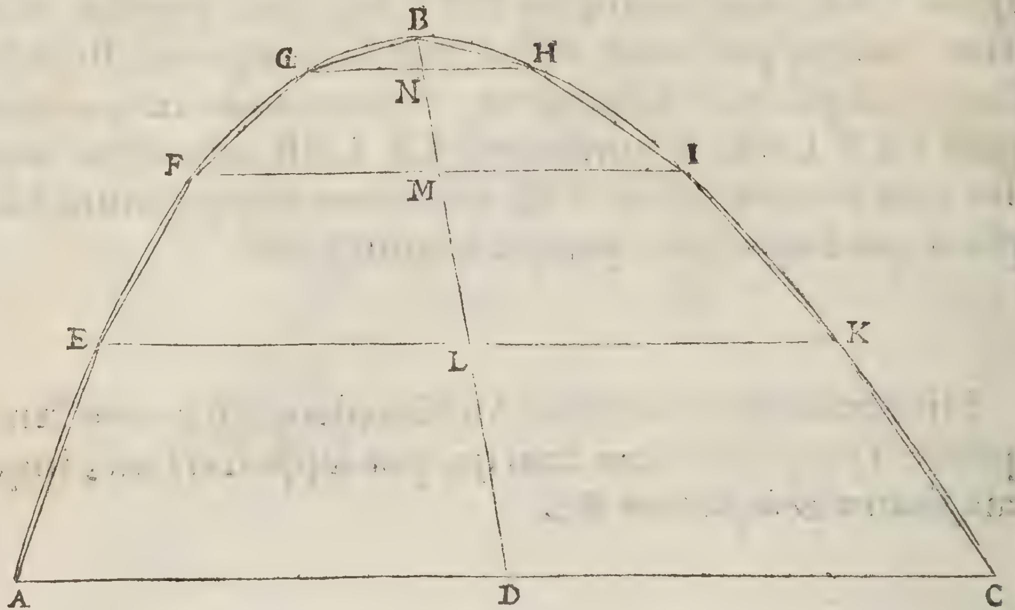
His demonſtratis ſequitur Archimedes quaſi connectens ſequentem propoſitionem cum ijs, quæ ſuppoſita ſunt, inquiens, *ſi autem & in portione* &c.

PROPOSITIO. II.

Si autem & in portione recta linea, rectanguliquè coni ſectione contenta, figura rectilinea planè inſcribatur, inſcriptæ figuræ centrum grauitatis erit in diametro portionis.

Sit portio ABC, qualis dicta est, & in ipsa planè inscribatur rectilinea figura AEFGBHIKC. portionis verò diameter sit BD. ostendendum est, rectilineæ figuræ centrum grauitatis esse in linea BD. iũgantur GH FI EK. quę ipsi AC, & interse ęquidistantes erunt. hę verò lineæ diametrum BD secent in punctis NML

ex demõstratis.



Quoniam enim lineæ GH FI EK bifariam sunt à diametro BD diuisæ in punctis NML, trapezium AEKC duas habebit lineas æquidistantes AC EK, quas bifariam diuidit DL, quare *trapezii AEKC centrum grauitatis est in LD. at* ob eandem causam *trapezii EFIK centrum est in ML; trapezii verò FGHI centrum est in MN*, lineæ enim LM MN bifariam diuidunt parallela latera EK FI GH, *sed & trianguli etiam GBH centrum grauitatis est in BN.* quippè cùm BN ipsam GH bifariam diuidat. *perspicuum est totius rectilineæ figuræ* AEFGBHIKC *centrum grauitatis esse in linea BD.* quod demonstrare oportebat.

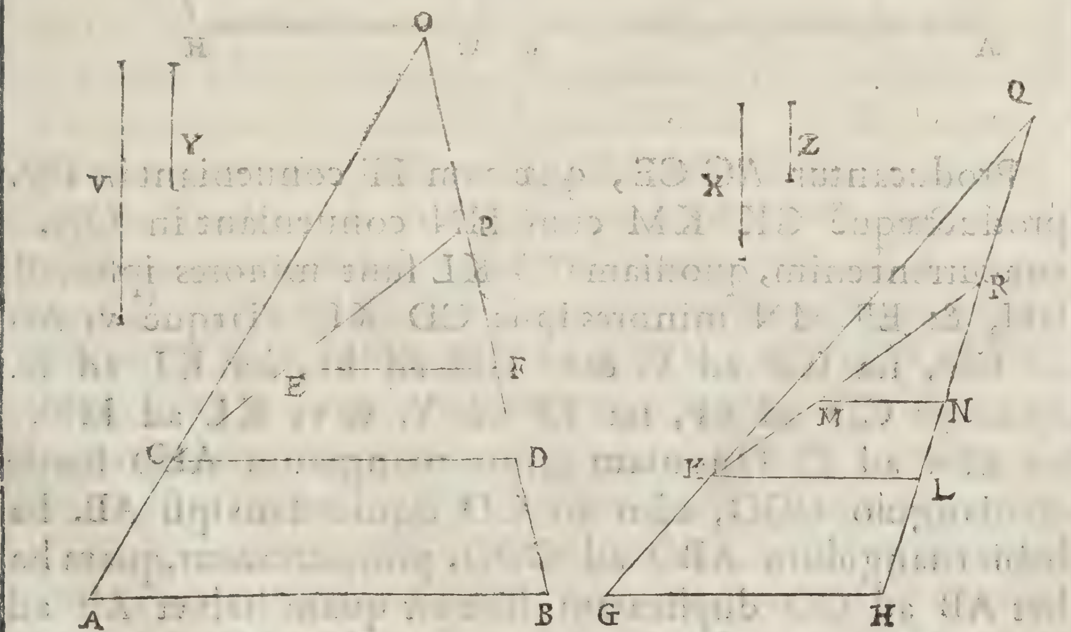
15. primi huius.

13. primi huius.

SCHO-

SCHOLIVM.

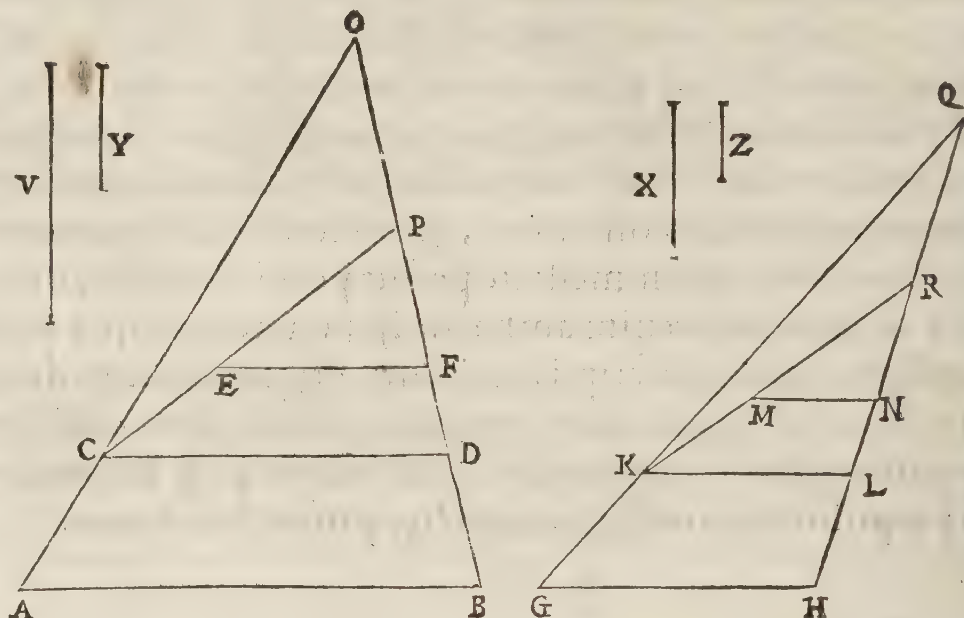
Ecce quō Archimedes incipit inuestigare centrum grauitatis paraboles. nam ex hoc, quod ostendit centrum grauitatis figuræ in portione planè inscriptæ esse in diametro portionis, statim colliget in quarta propositione centrum grauitatis paraboles in diametro quoque ipsius portionis existere. interponit autem Archimedes sequentem propositionem. nā antequam inueniat centrum grauitatis paraboles, opus habet prius ostendere centra grauitatis duarum, & vt ita dicam omnium parabolarum diametros in eadem proportione secare. ad quod demonstrandum, hanc passionē figuris planè inscriptis priùs accidere ostēdit. potuissetquè Archimedes priùs quartam propositionem ostendere, quam tertiam; sequentem verò propositionem immediatè posuit post secundam, ordo enim sic postulat. etenim ambæ de ijs pertractant, quæ rectilineis figuris planè inscriptis accidunt. Prçterea earum demonstrationes ferè circa eadem versantur, cùm ijsdem rectis lineis in portionibus eodem modo ductis vtantur; ob sequentis verò propositionis intelligentiam hçc priùs ostendemus.



LEMMA I.

Eandem habeat proportionem AB ad CD, quam habet GH ad KL. CD verò ad EF eā, quā habet kL ad MN. sintquè

AB CD EF inter ſe çquidſtantes. ſimiliter GH KL MN æquidiſtantes, ſint autem ductæ BDF HLN rectæ lineæ; ſitquè BD ad DF, vt HL ad LN. ſitquè maior AB quàm CD, & CD, quàm EF. vnde erit quoquè GH maior KL, & KL, quam MN. iunctiſquè AC CE, & GK KM. Dico ſpacium ACDB ad ſpacium CEFD eandem habere proportionem, quam ſpacium GKLH ad ſpacium KMNL.



Producantur AC CE, quæ cum BF conueniant in OP. productæquè GK KM cum HN conueniant in QR. concurrent enim, quoniam CD KL ſunt minores ipſis AB GH, & EF MN minores ipſis CD KL. Fiatquè vt AB ad CD, ita CD ad V. & vt GH ad kL, ita KL ad X. deinceps CD ad EF, ita EF ad Y. & vt KL ad MN, ita MN ad Z. Quoniam igitur triangulum ABO ſimile eſt triangulo CDO, cùm ſit CD æquidiſtans ipſi AB. habebit triangulum ABO ad CDO, proportionem, quam habet AB ad CD duplicatam. hoc eſt quam habet AB ad V. Eodemquè modo oſtendetur triangulũ GHQ ad KLQ ita eſſe, vt GH ad X. quia verò AB CD V ita ſe habẽt, vt GH kL X, erit ex æquali AB ad V, & GH ad X. triangulum igitur ABO eandem habet proportionem ad

11. ſexti. *9. ſexti.* *22 quinti.*

CDO,

CDO, quam triangulum GHQ ad KLQ. quare diuidendo ſpacium ACDB ad triangulum CDO eſt, vt ſpacium GKLH ad triangulum kLQ. Rurſusquoniam ob triangulorum ſimilitudinem ABO CDO, ita eſt AB ad CD, vt BO ad OD. ſimiliter ob ſimilitudinem triangulorũ GHQ KLQ ita eſt GH ad kL, vt HQ ad QL. & eſt AB ad CD, vt GH ad KL, erit BO ad OD, vt HQ ad QL. & diuidendo BD ad DO, vt HL ad LQ. deinde conuertẽdo DO ad DB, vt LQ ad LH. & eſt BD ad DF, vt HL ad LN, erit ex ęquali DO ad DF, vt LQ ad LN. Quoniam autem ſimilium triangulorum CDP EFP latus CD ad latus EF ita ſe habet, vt DP ad PF. ſimiliter exiſtentibus ſimilibus triangulis KLR MNR ita eſt KL ad MN, vt LR ad RN, & vt CD ad EF, ita eſt KL ad MN, erit DP ad PF, vt LR ad RN. & per conuerſionem rationis PD ad DF, vt RL ad LN. & conuertendo DF ad DP, vt LN ad LR. diximus autẽ OD ad DF ita eſſe, vt QL ad LN, & eſt DF ad DP, vt LN ad LR. ergo ex ęquali erit OD ad DP, vt QL ad LR. At verò quoniam ita eſt OD ad DP, vt triangulum OCD ad PCD, & vt QL ad LR, ita eſt triangulum QKL ad triangulũ RKL, erit OCD ad PCD, vt QKL ad RKL. Quoniam autẽ triãgula CDP EFP ſunt ſimilia, triangulum CDP ad triangulum EFP proportionem habebit, quam CD ad EF duplicatam, hoc eſt quam habet CD ad Y, cùm ſint CD EF Y proportionales. ſimiliter ob triangulorum KLR MNR ſimilitudinem triangulum KLR ad MNR, ita erit vt KL ad Z, eſt autem CD ad Y, vt KL ad Z, erit igitur triãgulum CDP ad EFP, vt KLR ad MNR, & diuidendo ſpaciũ CEFD ad triangulum EFP, vt ſpacium KMNL ad triangulum MNR. & cõuertendo triangulum EFP ad ſpacium CEFD, vt triangulũ MNR ad ſpacium KMNL. Itaque quoniam oſtenſum eſt ita eſſe ſpacium ACDB ad triangulum CDO, vt ſpacium GKLH ad triangulum KLQ. & vt triangulũ CDO ad triangulum CDP, ita triangulum KLQ ad triangulũ KLR; deinde, vt triangulum CDP ad triangulum EFP, ita triãgulum KLR ad triangulum MNR; deniquè vt triangulum EFP ad ſpacium CEFD, ita triangulum MNR ad ſpacium KMNL,

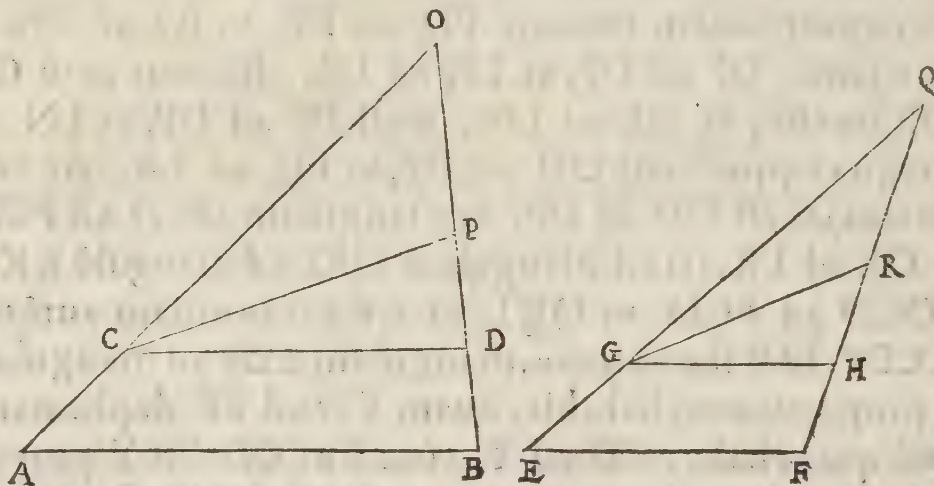
17. quinti. *eſt 4. ſexti* *17. quinti.* *cor. 4. quĩti.* *22. quinti* *ex 11. quĩti.* *cor. 19. quinti.* *22. quinti* *ex 1. ſexti.* *19. ſexti.* *ex quinti.* *cor. 4. quĩti.*

erit

22. quinti erit ex æquali à primo ad vltimum ſpacium ACDB ad ſpaciũ CEFD, vt ſpacium GKLH ad ſpacium KMNL. quod demõſtrare oportebat.

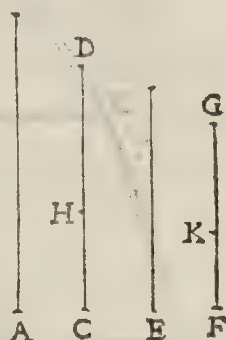
LEMMA II.

Æquidiſtãtes verò lineę AB CD ita ſe habeant, vt æquidiſtantes EF GH, ſitquè maior AB, quàm CD, & EF, quam GH. & ſuper CD GH ſint triangula CDP GHR, ſintq; BDP FHR rectæ lineæ,& vt BD ad DP, ita ſit FH ad HR. iunctisq; AC EG. Dico ſpacium ACDB ad triangulũ CDP ita eſſe, vt ſpacium EG HF ad triangulum GHR.



Eadem enim prorſus ratione productis AC EG, quæ cum BP FR conueniant in OQ, oſtenderur ſpacium AD ad triangulum CDO ita eſſe, vt ſpacium EH ad triangulum GHQ. & eſſe OD ad DB, ut QH ad HF. & quoniam eſt BD ad DP, vt
22 quinti. FH ad HR, erit ex ęquali OD ad DP, vt QH ad HR. & vt OD
1. ſexti. ad DP, ita eſt triangulum CDO ad triangulum CDP, & vt QH ad HR, ita triangulum GHQ ad GHR. cùm itaque ſit AD ad CDO, vt EH ad GHQ, & vt CDO ad CDP, ita
22. quinti. GHQ ad GHR. ex æquali erit ſpacium AD ad triangulum CDP, vt ſpacium EH ad triangulum GHR. quod demonſtrare oportebat.

LEMMA. III.



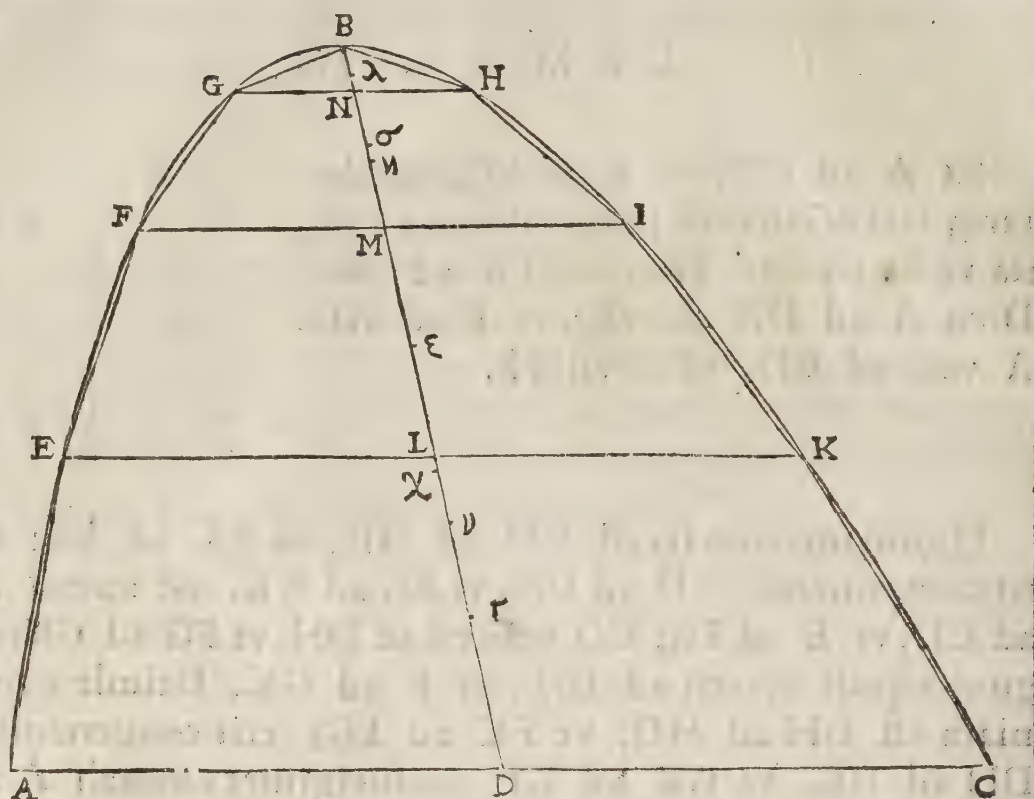
Sit A ad CD, vt E ad FG, diuidanturq́; CD FG in eadẽ proportione in HK, ita vt ſit CH ad HD, vt FK ad KG. Dico A ad DH ita eſſe, vt E ad KG. A verò ad CH, vt E ad Fk.

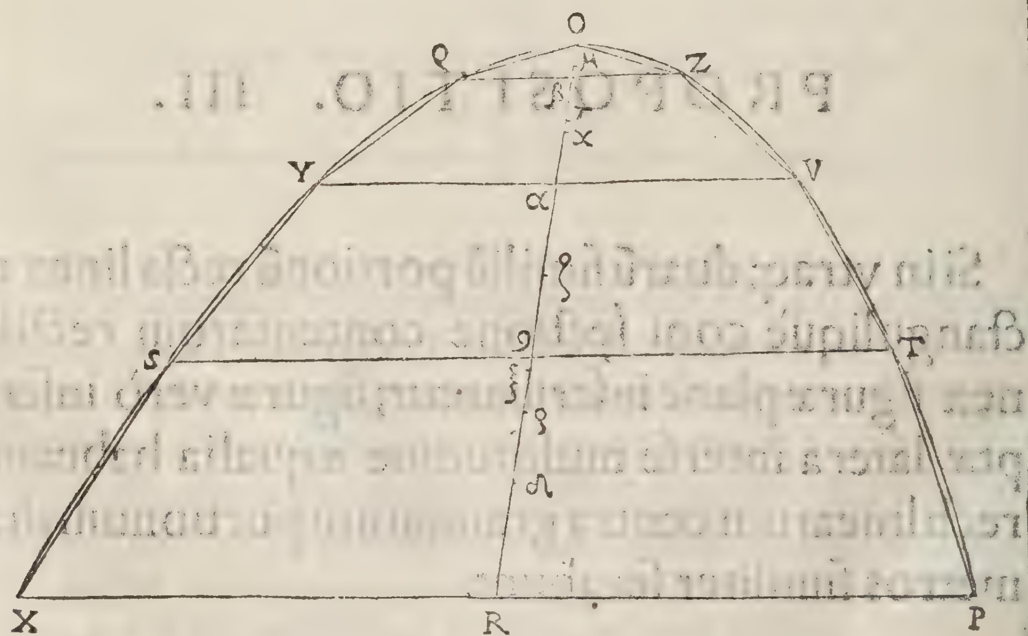
Quoniam enim ita eſt CH ad HD, vt FK ad kG; erit componendo CD ad DH, vt FG ad GK. eſt autem A ad CD, vt E ad FG; CD verò eſt ad DH, vt FG ad GK; ergo ex æquali A erit ad DH, vt E ad GK. Deinde quoniam eſt GH ad HD, vt FK ad kG; erit conuertendo DH ad HC, vt GK ad KF. rurſus igitur ex æquali A erit ad CH, vt E ad FK. quod oſtendere oportebat.

18. quinti. *22 quinti.* *cor. 4. quĩti.*

PROPOSITIO. III.

Si in vtraq; duarũ ſimiliũ portionũ recta linea rectanguliquè coni ſectione contentarum rectilineæ figuræ planè inſcribantur; figuræ verò inſcriptæ latera interſe multitudine æqualia habeant; rectilinearum centra grauitatum portionum diametros ſimiliter ſecabunt.





Sint duæ portiones ABC XOP, in ipsisquè planè inscribantur rectilineæ figuræ AEFGBHIKC XSYQOZVTP; *quæ omnia latera inter se numero æqualia habeant. Diametri verò portionum sint* BD

OR.

OR. iungaturq; *Ek FI GH.* quæ interse, & ipsi AC æquidistãtes erunt; bifariamquè à diametro BD in punctis LMN diuisæ erunt. Iunganturſimiliter *& ST YV QZ,* quas bifariam diameter OR in punctis 9αβ diuidet. eruntquè ductæ lineæ ipsi XP, & interse æquidistantes. *Quoniam igitur BD diuiditur à lineis æquidistantibus* GH FI EK *in proportionibus numeris deinceps imparibus;* posito enim vno BN, est quidem NM tria, ML quinque, & LD septem. sed *& RO similiter* à lineis QZ YV ST in proportionibus diuiditur numeris deinceps imparibus, eadē. n. ratione si ponatur Oβ vnum, erit βα tria, α9 quinq;, & 9R septem. *& portiones ipsorum* diametrorum BD OR *sunt numero æquales.* quot.n.sunt BN NM ML LD, tot sunt Oβ βα α9 9R. *patet diametrorum portiones in eadem esse proportione,* vt quemadmodū est BN ad NM, & NM ad ML, & ML ad LD, ita esse Oβ ad βα, & βα ad α9, & α9 ad 9R. Atverò quoniam ita est DB ad BL, vt RO ad O9; (sunt.n.ut sexdecim ad nouem) & ut DB ad BL, ita est quadratum ex AD ad quadratū ex EL; & vt RO ad O9, ita est quadratū ex XR ad quadratum ex S9; erit quadratū ex AD ad quadratū ex EL, vt quadratū ex XR ad ex S9 quadratū. ergo ut AD ad EL, ita XR ad S9. & horum dupla nēpè AC ad EK, vt XP ad ST: eademq; prorsus rõne, quoniam ita est LB ad BM, vt 9O ad Oα (sunt.n.ut nouem ad quatuor) ostendetur EL ad FM ita esse ut S9 ad Yα, & horum dupla, scilicet EK ad FI ita esse, ut ST ad YV. Cùmq; sit MB ad BN, vt αO ad Oβ, ut scilicet quatuor ad vnum; similiter ostendetur FM ad GN ita esse vt Yα ad Qβ; FI uerò ad GH, vt YV ad QZ. vnde colligitur nō solùm portiones diametrorum (ut diximus) in eadem esse proportione, sed *& parallelas* AC EK FI GH, & XP ST YV QZ *in eadē esse proportione. & Trapeziorum ipsius quidem AEkC, & ipsius XSTP centra grauitatum esse in lineis LD 9R similiter posita, cùm eandem habeant proportionem AC EK, quam XP ST:* lineæquè LD 9R bifariam diuidant suas æquidistantes AC EK. & XP ST. etenim si ponatur trapezij AK centrum grauitatis γ, ipsius verò XT centrum grauitatis δ, erit Lγ ad γD, vt dupla ipsius AC cum EK ad duplam ipsius EK cum AC. & 9δ ad δR erit, vt dupla ipsius XP cum ST ad duplam ST cum XP. quoniam autem ita est AC ad EK,

ex iis quę post 1. primi huius demonstrata sunt.

3. *Archi. de quad. parab. &* 20. *primi conicorum Apoll.* 22. *sexti.*

15. *primi huius.*

15. *primi huius.*

vt XP ad ST, & antecedentium dupla, hoc est dupla ipsius AC ad EK erit, vt dupla ipsius XP ad ST. & componendo dupla ipsius AC cum EK, vt dupla ipsius XP cum ST ad ST. At verò EK ad duplam ipsius EK, ita est, vt ST ad duplam ipsius ST, sed EK ad AC est, vt ST ad XP, erit EK ad vtrasque consequentes simul sumptas, hoc est ad duplam ipsius EK cum AC, vt ST ad suas consequentes, nempè ad duplam ipsius ST cum XP. Itaque quoniam ita est dupla ipsius AC cũ EK ad Ek, vt dupla ipsius XP cum ST ad ST, & est EK ad duplam ipsius EK cum AC, vt ST ad duplam ipsius ST cum XP. erit ex ęquali dupla ipsius AC cum EK ad duplam ipsius EK cum AC, vt dupla ipsius XP cum ST ad duplam ipsius ST cum XP. ac propterea ita est Lγ ad γD, vt 9δ ad δR, & ob id centra γδ erunt in lineis LD 9R similiter posita. *Rursus* eodem modo (ne eadem sæpiùs repetantur) *Trapeziorum EFIk STVT centra grauitatum*, quæ sint εζ, *similiter* hoc est in eadem proportione *diuident lineas LM 9α*, ita vt sit Lε ad εM, vt 9ζ ad ζα. *& in trapezijs FH YZ centra grauitatum ηκ similiter diuident MN αβ*, ita ut Mη ad ηN sit, vt ακ ad κβ *sed & triangulorum GBH QOZ centra grauitatum λμ in lineis BN Oβ erunt similiter posita*, siquidem Bλ ad λN est, vt Oμ ad μβ; quippè cùm in dupla sint proportione. *eandem autem habent proportionem Trapezia, & triangula:* Nam cùm sit AD ad EL, vt XR ad S9, & ut EL ad FM, ita S9 ad Y; estquè DL ad LM, ut R9 ad 9α, cùm sint, vt septem ad quinque; erit spacium AL ad spacium EM, vt spacium X9 ad spacium S . similiterquè ostendetur DK ad LI ita esse, vt RT ad 9V. quare totum trapezium AK ad EI est, vt XT ad SV. pariquè ratione ostendetur ita esse trapezium EI ad FH, vt SV ad YZ. quia verò ita est FM ad GN, vt Yα ad Qβ, est autem MN ad NB, vt αβ ad βO, sunt quippè ut tria ad vnum, erit spacium FN ad triangulum GBN, vt spacium Yβ ad triangulum QβO. eodemquè modo ostendetur ita esse spacium IN ad triangulum BNH, vt spacium Vβ ad triangulum CβZ. Ex quibus sequitur ita esse trapeziũ FH ad triangulum BGH, vt trapezium YZ ad triangulũ OQZ.

18. *quinti.*
2. *lẽma ante 13 primi huius.*
22. *quinti.*
ãte 13. primi huius.
1. *lemma.*
2. *lemma.*

ſi itaque diuidatur $\gamma\epsilon$ in ν, ita ut ſit $\epsilon\nu$ ad $\nu\gamma$, vt trapeziũ AK ad EI. erit punctum ν centrum grauitatis figurę AEFIKC. *ex 6. primi huius.* ſimiliquè modo diuidatur $\delta\zeta$ in ϱ, ita vt ſit $\zeta\varrho$ ad $\varrho\delta$, vt trapezium XT ad SV; erit punctum ϱ grauitatis centrum figuræ XSYVTP. quia verò ita eſt AK ad EI, vt XT ad SV, erit $\epsilon\nu$ ad $\nu\gamma$, vt $\zeta\varrho$ ad $\varrho\delta$. Diuidatur aũt deinceps $\lambda\kappa$ in σ, ſitq; $\lambda\sigma$ ad $\sigma\kappa$, vt FH ad triangulum BGH, erit punctum σ centrum grauitatis figuræ FGBHI. eademquè ratione diuidatur $\mu\kappa$ in τ, ſitquè $\mu\tau$ ad $\tau\kappa$, vt YZ ad triangulum OQZ; erit punctum τ centrum grauitatis figuræ YQOZV. ſed eſt FH ad BGD, vt YZ ad OQZ, erit igitur $\lambda\sigma$ ad $\sigma\kappa$, vt $\mu\tau$ ad $\tau\kappa$. Quoniam autem ita eſt Ak ad EI, vt XT ad SV, erit componendo AEFIKC ad EI, vt figura XSYVTP ad SV; & eſt EI ad FH, vt SV ad YZ. ergo ex æquali figura AEFIKC erit ad FH, vt figura XSYVTP ad YZ. eſt autem FH ad BGH, vt YZ ad OQZ. erit igitur figura AEFIKC ad ſuas conſequentes, ad figuram ſcilicet FGBHI, vt figura XSYVTP ad ſuas conſequentes, hoc eſt ad figuram YQOZV. Diuidatur itaque $\sigma\nu$ in χ, ita ut $\sigma\chi$ ad χ ſit, vt figura AEFIKC ad figuram FGBHI, erit punctum χ centrũ grauitatis totius figurę AEFGBHIKC. ſimiliter diuidatur $\tau\varrho$ in ξ, ſitque $\tau\xi$ ad $\xi\varrho$, ut figura XSYVTP ad figuram YQOZV, erit punctum ξ centrum grauitatis totius figuræ XSYQOZVTP. quia verò ita eſt figura AEFIKC ad figuram FGBHI, vt figura XSYVTP ad figuram YQOZV. erit $\sigma\chi$ ad $\chi\nu$, vt $\tau\xi$ ad $\xi\varrho$. Itaque quoniam BD ad DL eſt, vt $\sigma\nu$ ad R9, cùm ſint ut ſexdecim ad ſeptem. & eſt Lγ ad γD, vt 9δ ad δR, erit BD ad Lγ, vt $\sigma\nu$ ad 9δ. & vt BD ad γD, ita OR ad δR. *3. lemma.* rurſus quoniam BD ad LM eſt, vt OR ad 9α, nempe vt ſexdecim ad quinque; & eſt Lϵ ad ϵM, ut 9ζ ad $\zeta\alpha$, erit BD ad ϵL, vt OR ad 9ζ. eſt verò BD ad Lγ, vt OR ad 9δ; erit igitur BD ad vtramque ſimul ϵL Lγ, hoc eſt ad $\epsilon\gamma$, vt OR ad $\zeta\delta$. ſed quoniã *2. lẽma ante 13. primi huius.* eſt $\gamma\nu$ ad $\nu\epsilon$, vt $\delta\varrho$ ad $\varrho\zeta$, erit BD ad $\gamma\nu$ vt OR ad $\delta\varrho$. eſt autẽ BD ad Dγ, vt OR ad Rδ, vt dictum eſt, ergo BD ad Dν eſt, vt OR *3. lemma.* ad Rϱ. ſimiliterquè oſtẽdetur BD ad BA ita eſſe, vt OR ad Oτ. *2. lẽma ante 13. primi huius.* Cùm itaque ſit BD ad DR, & ad Bσ, ut OR ad Rϱ, & ad Oτ; erit BD ad DR Bσ ſimul, vt OR ad Rϱ Oτ ſimul, & permutando tota BD ad totam OR, vt ablata DνEσ ad ablatam RϱOτ. *16. quinti.*

Margin notes (in order): *ex 6. primi huius.* — *18. quinti.* (beside "ita eſt Ak ad EI … componendo") — *22. quinti.* (beside "ergo ex æquali") — *cor. 2. lemma in 13. primi huius* (beside "erit igitur figura AEFIKC ad ſuas conſequentes") — *ex 6. primi huius.* (beside "ad χ ſit … erit punctum χ")

ergo

19. quinti. ergo & reliqua συ ad reliquam τϱ est, ut tota BD ad totá OR.
co. 4. quīti. rursusquè permutando συ ad BD ut τϱ ad OR, conuertendóq;
3. lemma. BD ad συ est, ut OR ad τϱ. Quia verò ita est σχ ad χυ, ut τξ ad ξϱ; erit BD ad σχ, vt OR ad τξ. at verò BD ad Bσ est, vt OR ad Oτ.
2. lemma ante 13. primi hui⁹ erit igitur BD ad Bχ, ut Oγ ad Oξ. ac propterea diuidendo Dχ ita se habet ad χB, vt Rξ ad ξO. *Quare manifestum est totius recti-*
18. quinti. *lineæ figuræ in portione ABC inscriptæ centrum grauitatis χ in eadem proportione diuidere BD, veluti centrum grauitatis ξ figuræ rectilineæ in portione XOP* inscriptæ *ipsam OR* diametrum. *quod demonstrare oportebat.*

SCHOLIVM.

Hinc colligere licet parabolas omnes inter se similes esse. Refert enim Eutocius hoc in loco, Apollonium pergęum in sexto Conicorum libro. (qui nondum in lucem prodijt) similes coni sectiones dixisse eas esse, quando in vnaquaque sectione lineę ducũtur basi æquidistãtes numero pares; hoc est tot in vna, quot in alia; vt in superioribus figuris ductæ fuerunt, in vna quidem EK FI GH ipsi AC æquidistantes; & in altera ST YV QZ ipsi PX æquidistantes; quę quidem efficiant, vt diametri in eadem proportione diuisæ proueniant; vt sunt BN NM ML LD; & Oβ βα α9 9R. Deinde æquidistãtes AC EK FI GH in eadem sint proportione ipsarum XP ST YV QZ. & quoniam hæ conditiones in omnibus possunt accidere parabolis; vt ex ijs, quæ demonstrata sunt, manifestum est; idcirco parabolæ omnes sunt similes. Neque verò existimandũ est, quoniam parabolæ sunt similes, figuras quoque planè inscriptas, vt AEFGBHIKC & XSYQOZVTP similes esse inter se, ea præsertim similitudine, qua sunt figuræ rectilineæ; vt scilicet anguli sint æquales, & circum ęquales angulos latera proportionalia. in parabolis nõ attenditur hęc similitudo. sat enim est, vt præfatæ adsint conditiones; ex quibus sequitur (vt ostendimus) trapezia AK EI FH, triangulumquè BGH in eadem esse proportione trapeziorum XT SV YZ, ac

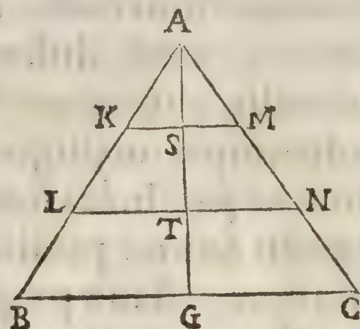
trian-

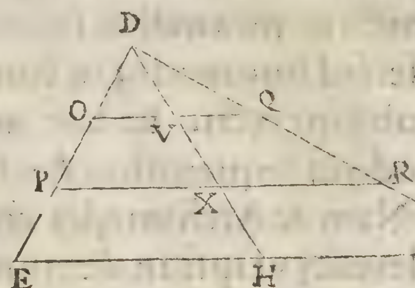
trianguli OQZ. ac propterea quando Archimedes in propositione inquit *si in vtraque similium portionum recta linea, rectanguliquè coni sectione contentarum,* non propterea existimandum est reperiri posse aliquas parabolas recta linea terminatas nō esse similes inter se; ea nimirum iam explicata similitudine. sunt enim Archimedis verba hoc modo intelligenda, nempè, si in vtraque portionum recta linea rectanguliquè coni sectione contentarum, quæ omnes sunt similes, & c. veluti si diceremus. In similibus semicirculis anguli omnes sunt recti. non est intelligendum nonnullos semicirculos interse dissimiles existere posse. sed hoc modo; in semicirculis, qui omnes sunt similes, anguli sunt recti. Et hoc modo semper intelligere oportet, quando in sequentibus Archimedes parabolas similes nominat. Nam & Archimedes cognouit omnes parabolas interse similes esse; vt ipse in demonstratione octauæ propositionis huius supponere videtur. Oportebat enim aliquam in parabolis demonstrare similitudinem, vt demonstrari posset centrum grauitatis in omnibus parabolis esse in certo, ac determinato situ ipsius figuræ. in figuris enim, quæ aliquam interse non habent similitudinem, in ipsis centrum grauitatis determinari minimè posse videtur. Dicet autem fortasse aliquis, determinatur tamen centrum grauitatis in omnibus triãgulis, quæ quidem interse non sunt similia. Cui respondendum; triangula omnia interse similia non esse similitudine rectilinearum figurarum, nempè vt anguli sint æquales, & circum æquales angulos latera proportionalia. quòd tamen nullam intersese habeant conuenientiam, omnino negatur. nã triangula omnia simul quodammodo illam habent conuenientiam, & similitudinem; quæ parabolis accidit.

In triangulis enim ABC DEF ductę sint AG DH ab angulis ad dimidias bases. sintquè diuisa triangulorum latera in eadem proportione, in punctis kL, OP. & vt AK KL LB, ita sit AM MN NC, & DQ QR RF. ductisquè KM LN OQ PR, quæ lineas AG DH secent in punctis ST VX; primùm quidẽ erunt KM LN OQ PR basibus BC EF æquidistantes; quas lineæ AG DH in punctis ST VX bifariam diuident, cùm sit

ex 2 sexti ex lēmate ĩ secũdã dēmōstratione 1. primi huius.

BG ad GC, vt LT ad TN, & KS ad SM. & ut EH ad HF ita PX ad XR, & OV ad VQ. Deinde erunt AG DH à lineis KM LN OQ PR in eadem proportione diuisæ; siquidem ita est AS ST TG, ut DV VX XH. cùm sint, ut expositæ proportiones AK KL LB, & DO OP PE. Præterea erit spacium BN ad LM, vt ER ad PQ, & LM ad triangulum AKM,





vt PQ ad triangulum DOQ. Nam quoniam triangulũ ABC simile est triangulo ALN, ob latus LN ipsi BC æquidistans; erit ABC ad ALN, ut AB ad AL duplicata. eodemquè modo erit DEF ad DPR, vt DE ad DP duplicata; eandem autem habet proportionem AB ad AL, quam DE ad DP: quãdoquidem latera AB DE in eadem sunt proportione diuisa; erit igitur triangulum ABC ad ALN, vt triangulum DEF ad DPR. similiterquè ostendetur ALN ad AkM ita esse, ut DPR ad DOQ. Quoniam autem ABC est ad ALN, ut DEF ad DPR,

17. quinti. diuidendo erit BN ad ALN, ut ER ad DPR. At verò quoniã

coro 19. quinti. ALN ad AKM est, vt DPR ad DOQ; erit per conuersionem rationis ALN ad LM, vt DPR ad PQ. quare

22. quinti. ex çquali BN est ad LM, ut ER ad PQ. Cùm autem sit ALN ad AKM, ut DPR ad DOQ; erit diuidendo LM ad AKM, vt PQ ad DOQ. Quocirca erit spacium BN ad LM, vt ER ad PQ, & LM ad triangulum AKM, vt PQ ad triangulum DOQ. Ex quibus perspicuum est omnia triangula aliquam interse habere similitudinem, ex qua possibile fuit determinare in omnibus situm, vbi repe-

ritur

ritur centrum grauitatis. Quòd si figurę nullam conuenientiam, nullamquè similitudinem interse habuerint; ut in quadrilateris, pentagonis, & reliquis figuris, quæ interse neque latera neque angulos ęquales habeãt; & propterea nullam interse conuenientiam, & similitudinem habere possunt; impossibile quidem esset in ipsis determinare situm cẽtri grauitatis; ita vt omnibus quadrilateris, ac omnibus pentagonis quomodocunque factis, & ita cęteris figuris deseruire possit. Cum exempli gratia in pentagonis modò in vno, modò in alio situ centrum reperiatur; prout sunt diuersę figuræ. Possumus quidem in vnaquaque figura reperire punctum positione, quod sit quidem centrum grauitatis illius determinatæ figurę. vt in fine primi libri ostendimus. esset tamen impossibile in omnibus proprium certum, ac determinatum situm reperire; vt scilicet sit in tali linea, taliquè modo diuisa, vt omnib⁹ pentagonis, & hexagonis, cæterisquè huiusmodi deseruire possit. vt determinatur in triangulis, & vt determinari potest in quadrilateris; quæ vel sint parallelogramma, vel duo saltẽ latera sint æquidistantia. cùm in his conuenientia, quàm triangulis accidere ostendimus, reperiatur; quandoquidem sunt triãgulorum portiones. similiter in parallelogrammis facilè erit ostendere aliquam interse similitudinem existere. pẽtagona verò hexagona, & cæteræ figuræ, quæ angulos æquales, & æqualia latera habent; iam constat similia esse inter se. præterea circuli omnes sunt similes. Ellipses quoque interse aliquam habent similitudinem, in quibus describitur figura planè inscripta. vt perspicuum est in libro Federici Commandini de centro grauitatis solidorum. ac propterea in his, & in alijs, quibus interse aliqua simililudo reperiri potest, centrum quoque grauitatis determinari poterit.

LEMMA.

Sint quatuor magnitudines ABCD. sitquè A maior B; & C maior D. Dico A ad D maiorem habere proportionem, quàm habet B ad C.

Hoc à nobis ostensum fuit initio tractatus de vecte in nostris mechanicis hoc pacto.

8. quinti. Quoniam enim A ad C maiorem habet proportionem, quam B ad C; & A ad D maiorem quoque habet proportionem, quàm habet ad C; A igitur ad D maiorem habebit, quàm B ad C. quod demonstrare oportebat.

A B C D

PROPOSITIO. IIII.

Omnis portionis recta linea, rectanguliquè coni sectione contentæ, centrum grauitatis est in diametro portionis.

S B P Q K G N L M E O H R T A D F C

Sit portio, vt dicta est, ABC; cuius diameter sit BD. demonstrandum est dictæ portionis centrum grauitatis esse in linea BD. si.n. non, sit punctum E. & ab ipso ducatur ipsi BD æquidistans EF; atque in portione inscribatur triangulum ABC eandem basim AC *habens, & altitudinem* portioni *æqualem. & quam proportionem habet CF ad FD, eandem habeat triangulum ABC ad spacium*

k. *in portione autem planè inscribatur figura rectilinea* AGBNC, *ita ut relictæ portiones* AOG GPB BQN NRC simul *sint minores ipso* K. *inscriptæ quidem rectilineæ figuræ centrum grauitatis est in linea* BD. *sit punctum H. connectaturque HE, & producatur; &* à puncto C *ipsi BD ducatur æquidistans CL.* Quoniam autem portiones AOG GPB BQN NRC simul sunt ipso K minores; maiorem habebit proportionem triangulum ABC ad dictas portiones, quàm ad K; inscripta verò figura AGBNC maior est triangulo ABC, K verò maius est reliquis portionibus. *Manifestum est* igitur *figuram rectilineam* AGBNC *in portione inscriptam maiorē habere proportionem ad reliquas portiones* AOG GPB BQN NRC, *quàm triangulum ABC ad K. sed ut triangulum ABC ad K, ita est CF ad FD; figura igitur inscripta ad reliquas portiones maiorem habebit proportionem, quam CF ad FD; hoc est LE ad EH.* Cùm sint LH CD à lineis æquidistantibus LC EF HD diuisæ. quare cùm figura inscripta ad reliquas portiones maiorem habeat proportionem, quàm LE ad EH; linea, quæ ad EH eandem habeat proportionē, quàm figura inscripta ad reliquas portiones, maior erit, quā LE. *Habeat igitur ME ad EH proportionē eam, quā figura inscripta ad portiones. Quoniam igitur punctum E centrum est grauitatis totius portionis, figuræ autē in ipsa inscriptæ* centrum grauitatis *est punctum H: constat reliquæ magnitudinis ex circumrelictis portionibus compositæ centrum grauitatis esse in linea HE producta; ita ut assumpta aliqua recta linea* ME *eam proportionem habeat ad EH, quam figura inscripta ad circumrelictas portiones. Quare magnitudinis ex circumrelictis portionibus compositæ centrum grauitatis est punctum M. quod est absurdum. Ducta enim linea* ST *per punctum M ipsi BD æquidistante, in ea omnes circumrelictæ portiones centra grauitatis habebunt.* hoc est magnitudinis ex portionibus BPG BQN compositæ centrum grauitatis esset in parte MS. centrum verò grauitatis portionum AOG CRN esset in parte MX; ita ut M omnium dictarum portionum esset grauitatis centrum. quæ sunt quidem inconuenientia, quippe quæ etiam eodem modo sequentur, si ST ipsi BD æquidistās non esset. *Patet igitur centrum grauitatis* portionis ABC *esse in linea BD.* quod demonstrare oportebat.

2. *huius.*

8. *quinti.*

lemma.

1. *lem.* 13. *primi huius.*

8. *primi huius.*

SCHOLIVM.

In hac demonſtratione obſeruandum eſt; quòd quādo Archimedes inquit, *in portione autem planè inſcribatur figura* &c. intelligendum eſt, inſcribatur primò pentagonum AGBNC in portione planè inſcriptum; quod quidem relinquet portiones AOG GPB BQN NRC, quæ ſimul uel erunt minores ſpacio K, vel minùs. ſi non, rurſus planè adhuc inſcribatur in portione ABC nonagonum; deinde alia figura; idquè ſemper fiat, donec circumrelictæ portiones ſimul ſint ſpacio K minores. quod quidem fieri poſſe ex prima decimi Euclidis patet. Aufertur enim ſemper maius, quā dimidium. Cùm quælibet portio paraboles trianguli planè in ipſa inſcripti ſit ſeſquitertia. Vnde triangulum ABC maius eſt, quàm dimidiū portionis ABC. triangulumquè AGB maius, quàm dimidiū portionis AGB. ſimiliter triangulum BNC portionis BNC. & ita in alijs. Quæ quidem omnia ſunt quoque manifeſta ex vigeſima propoſitione, eiuſquè demonſtratione de quadratura paraboles Archimedis.

17. *Archi. de quad. parab.*

Demonſtrato centro grauitatis cuiuſlibet paraboles in eius diametro exiſtere; oſtendet Archimedes, (vt diximus) in parabolis grauitatum centra in eadem proportione diametros diſpeſcere. antequam autem hoc demonſtret, duas prę mittit ſequentes propoſitiones ad demonſtrationem neceſſarias.

PROPOSITIO. V.

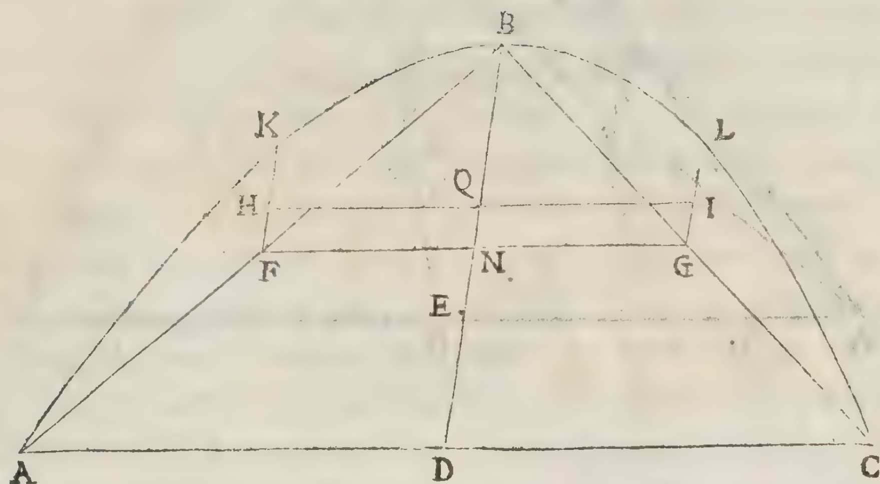
Si in portione recta linea, rectanguliquè coni ſectione contenta rectilinea figura planè inſcribatur, totius portionis centrū grauitatis propīquius eſt vertici portionis, quā centrū figuræ inſcriptæ.

Sit

Sit portio ABC, qualis dicta est, ipsius verò diameter sit BD. primùmquè in ipsa planè inscribatur triangulum ABC. & diuidatur BD in E, ita vt dupla sit BE ipsius ED. erit vtiquè trianguli ABC centrum grauitatis punctum E. Diuidatur itaque bifariam vtraque AB BC in punctis FG. & à punctis FG ipsi BD ducantur æquidistantes FK GL. erit sanè portionis AkB centrum grauitatis in linea Fk. portionis verò BLC centrum grauitatis erit in linea GL. sint itaque puncta HI. connectanturquè HI FG. quæ BD secent in QN.

ante primi huius.

4. huius.



erit vtique punctum Q vertici B propinquius, quàm N. quia verò est BF ad FA, vt BG ad GC, erit FG æquidistás ipsi AC, eritquè FN ad NG, vt AD ad DC. est verò AD ipsi DC æqualis, ergo FN NG interse sunt æquales. quoniam autem FN est ipsi AD æquidistans, erit AF ad FB, vt DN ad NB. est autem AF dimidia ipsius AB; cùm sint AF FB ęquales ergo & DN dimidia est ipsius DB. at verò quoniam DE tertia est pars ipsius DB, siquidem est BE ipsius ED dupla, erit punctum N propinquius vertici B portionis, quàm punctum E. *Et quoniam parallelogrammum est HFGI. & æqualis est FN ipsi NG, erit QH ipsi QI æqualis. ac propterea magnitudinis ex vtrisque AkB BLC portionibus compositæ centrum grauitatis est in medio lineæ HI, cùm portiones* AKB BLC *sint æquales, erit scilicet punctum Q. Quoniam autem trianguli ABC centrum grauitatis est punctum E, magnitudinis verò ex vtrisquè AkB BLC composita*

2. sexti. lemma in aliter 13. primi hui⁹

2. sexti.

4. primi huius.

ex iis quæ ante 2. huius demonstrata sunt.

est

ex 8. primi huius. *est punctum Q. constat totius portionis ABC centrum grauitatis esse in linea QE. hoc est inter puncta QE. Quare totius portionis cētrum grauitatis propinquius est vertici portionis, quàm* centrum grauitatis *trianguli planè inscripti.*

Rursus in portione pentagonum rectilineum AKBLC planè inscribatur: sitquè totius portionis diameter BD, vtriusque autem portionis AKB BLC *diameter sit vtraque KF LG. & quoniam in portione AKB planè inscripta est figura rectilinea* trilatera AKB, *totius portionis* AKB *centrum grauitatis est propinquius vertici* K, *quàm centrum rectilineæ figuræ* AKB. *sit itaque portionis AKB centrum grauitatis punctum H; trianguli verò punctum I. Rursus autem sit portionis BLC centrum grauitatis punctum M. trianguli verò* BLC *punctum N. iunganturquè HM IN;* quæ BD secent in punctis QT. erit vtique punctum Q vertici B propinquius, quã T. & quoniam (si ducta esset FG) lineæ HM IN FG ab æquidistantibus lineis KF BD LG in eadem diuidūtur proportione. FG verò, vt ostensum est, bifariam à linea BD diuideretur; ergo & lineæ HM IN bifariam diuisę prouenient. (prima lemma in 13. primi hui'.) *æqualis est igitur HQ ipsi QM; & IT ipsi TN. sed triangulo AKB æquale est triangulum BLC; portio vero AKB portioni BLC est æqualis. Demonstratum est enim aliis in locis portiones*

ses-

sesquitertias esse triangulorum, erit igitur magnitudinis ex vtrisque portionibus AkB BLC compositæ centrum grauitatis punctum Q. magnitudinis verò ex vtrisque triangulis AKB BLC compositæ punctum T. Rursus itaque quoniam trianguli ABC centrum grauitatis est punctū E, magnitudinis verò ex vtrisque AkB BLC portionibus punctum Q. manifestum est totius portionis ABC *centrum grauitatis esse in linea QE ita diuisa* in O puncto, *vt quam proportionem habet triangulum ABC ad vtrasque portiones AkB BLC, eandem habeat portio ipsius terminum habens punctum Q,* hoc est OQ *ad portionem minorem* OE. *pentagoni autem AKBLC,* hoc est magnitudinis ex triangulo ABC, trianguliſquè AKB BLC compositæ *centrum grauitatis est in linea ET sic diuisa* in S, *vt quam habet proportionem triangulum ABC ad triangula AKB BLC, eandē habeat portio ipsius ad T terminata,* hoc est ST *ad reliquam* SE. *Quoniam igitur maiorem habet proportionem triangulum ABC ad triāgula KAB LBC, quam ad portiones* AKB BLC; minora enim sunt triangula portionibus. habebit TS ad SE miorē proportionem, quam QO ad OE. ac propterea erit punctū S propinquius ipsi E, quàm O. Nam si punctum S primùm esset in eodem puncto O, tunc TO ad OE, non quidem maiorem, sed minorem haberet proportionem, quàm QO ad OE, cùm sit TO minor QO. similiter ob eadem causam si punctum S esset inter OT, minorem haberet proportionem TS ad SE, quàm QS ad SE, quare & adhuc maiorem haberet proportionem QO ad OE, quàm TS ad SE. necesse est igitur punctum S esse inter puncta OE. Itaquè cùm punctum O sit centrū grauitatis portionis ABC, punctum verò S centrum sit grauitatis rectilineæ figuræ AKBLC; *constat portionis ABC centrum grauitatis propinquius esse vertici B, quàm centrum rectilineæ figuræ inscriptæ: Et in omnibus rectilineis figuris in portionibus planè inscriptis eadem est ratio.* quod demonstrare oportebat.

4. primi huius.

ex 8. primi huius.

8. quinti.

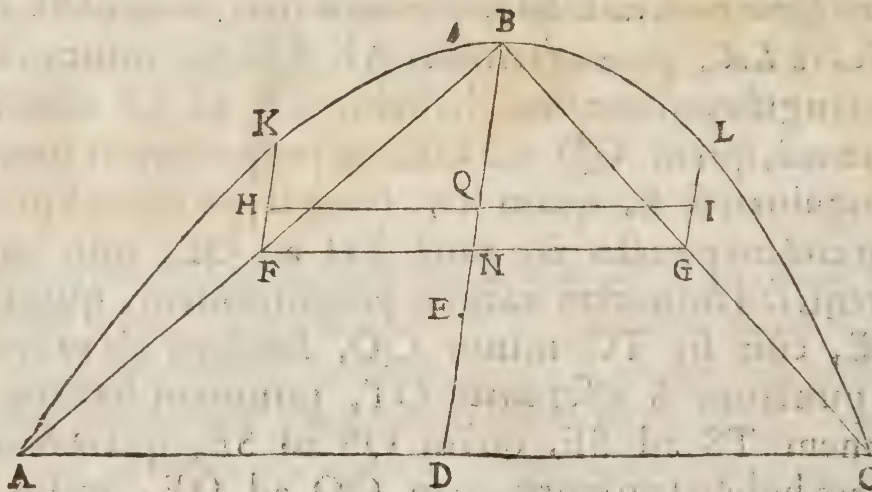
8. quinti.

8. quinti.

SCHO-

SCHOLIVM.

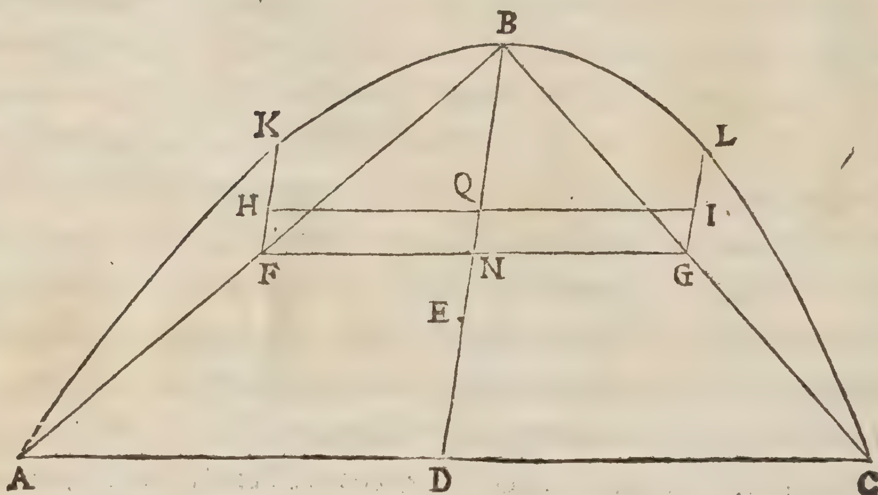
* In fine primæ demonſtrationis in vltima concluſione quãdo inquit Archimedes. *Quare totius portionis centrum propinquius eſt vertici portionis, quã trianguli planè inſcripti* Græcus codex ita ſe habet. ὥς τ' εἴηκα ἐγγυτερον τᾶς του τμάματος κορυφᾶς τὸ κέντρον τοῦ ὅλου τμάματος, ἤ τοῦ ἐγγραφομένου τριγώνου γνωρίμως. verbaquè εἴη κα malè interpoſita ſunt, nullumquè cum alijs rectum ſenſum habent, quare horum loco ponerem ἐσί, vt ſenſus ſit, ὥς τ' ἔγγύτερον ἐσι τᾶς τοῦ τμάματος, &c.



Obſeruandum autem occurrit in demonſtrationibus, ab Archimede allatis, quòd in prima demonſtratione ſupponit Archimedes, HFGI eſſe parallelogrammum. quòd vt ſit parallelogrammum, neceſſe eſt ſupponere centra grauitatis HI ſecare lineas KF LG in partes inuicem proportionales. quod tamen ſupponi poſſe minimè videtur. Et ſi quis ex quinto poſtulato obijceret, centra grauitatis in æqualibus, ſimilibuſquè figuris eſſe æqualiter poſita; admitti quidem poteſt; quo-

niam figuræ, ipſorumquè centra interſe coaptari poſſunt. vt omnibus figuris rectilineis ęqualibus,& ſimilib⁹ accidere poteſt. Hoc tamē contingere poſſe in parabolis, vt AKB BLC, videtur incōueniēs. Nā quamuis AKB BLC ſint æquales, & ſint etiā ſimiles; non ſunt tamen ſimiles ea ſimilitudine, vt ſunt rectilineæ figuræ; vt antea diximus. Quod etiam perſpicuū fit ex hoc, quia non ſemper coaptari poterit portio AKB cū portione BLC. nō.n. ſemper recta linea BC erit æqualis ipſi BA; neq; ſectionis linea BLC ſectionis lineę BKA ęqualis exiſtet. Cū nō ſemper AC, & quæ ſunt ipſi AC æquidiſtātes ad rectos ſint angulos diametro BD. ſi.n. ęquidiſtantes lineę diametro fuerint perpendiculares, tunc AB BC interſe ęquales eſſent; portioq; AKB cū portione BLC coaptari poſſet: ſecùs autem minimè. Quare centra grauitatis HI lineas KF LG in eadem proportione ſecare minimè ſupponi poſſe videtur; tùm ex ijs, quæ dicta ſunt; tū quia hoc oſtendet Archimedes in ſeptima propoſitione. quòd ſi adhuc non eſt demōſtratū, nō poteſt quoq; ſupponi; præſertim cùm ſit demonſtrabile. ac propterea demōſtratio nullam videtur vim habere ad oſtendendū, quod propoſitū fuit. Huic tamē occurri poſſe videtur cū Eutocio in explicatione huius loci dicendo, hoc ſupponere Archimedē, quia portiones AKB BLC ſunt ęquales, quarū diametri KF LG ſunt ęquales, & ęquidiſtātes, quæ ſimiliter diuiduntur à punctis HI; vnde erit kG ad HF, vt LI ad IG. ex quibus colligit HF ipſi IG æqualē eſſe; ac propterea HG parallelogrāmū exiſtere. Quæ tñ reſponſio nō eſt Eutocio digna. cùm ex dictis nō ſit omninò demonſtratiua, vt res mathematicę requirūt; quapropter omittenda eſt. hac.n. ratione ſupponitur centra HI lineas KF LG in eadem proportione ſecare. quod nullo modo ſupponi poteſt. Quare dici poterit, & fortaſſe rectiùs, quòd vis demonſtrationis videtur in hoc eſſe conſtituta, vt ſupponatur puncta HI vbicunq; eſſe poſſe in lineis KF LG; ita vt ſiue ducta HI fuerit, ſiue etiam non fuerit ipſi FG æquidiſtans, demonſtratio tamē ſuam ſemper habebit vim, idēq; concludet. Nam ex præcedēti patet centra grauitatis portionum AKB BLC eſſe in lineis KF LG; hoc eſt inter puncta KF, & LG. ſupponātur itaq; cētra grauitatis portionū AKB BLC eſſe puncta HI vbicūq; po-

ſita, dũmodo ſint in lineis KF LG, veluti Archimedes ipſe in demonſtratione ſupponit. Ducaturq́; HI; quæ vel ipſi FG æquidiſtans erit, vel minùs: ſi eſt æquidiſtans, parallelogrãmũ eſt HFGI, & vera eſt demonſtratio Archimedis. ſi verò nõ eſt æquidiſtãs, nihilominus veriſſima eſt eadem demõſtratio. Nã ſi HI ipſi FG nõ eſt ęquidiſtãs, patet in primis pũctũ Q propinquius eſſe vertici B portionis ABC, quã punctũ N, ac per conſequens, quã punctum E centrum grauitatis trianguli ABC. Et quoniam lineæ HI FG à lineis diuiduntur KF BN LG ę-



1. lẽmaĩ 15 primi huius.

quidiſtantibus, erit HQ ad QI, vt FN ad NG. eſt autem FN ipſi NG ęqualis, ergo HQ ipſi QI ęqualis quoque erit. itaque quoniam portiones AKB BLC ſunt æquales, erit magnitudinis ex vtriſque AKB BLC portionibus compoſitę centrũ grauitatis in medio lineę HI. ergo erit punctum Q. quo cognito eadem demonſtratio Archimedis oſtendet centrum grauitatis portionis ABC eſſe inter puncta EQ. Nam ex verbis ipſius, cùm ait, *Quoniam autem trianguli ABC centrum grauitatis eſt punctum E magnitudinis verò ex vtriſque AKB BLC compoſitæ eſt punctum Q; conſtat totius portionis ABC centrum grauitatis eſſe in in linea QE: hoc eſt inter puncta QE. Quare totius portionis centrum grauitatis propinquius eſt vertici portionis, quàm trianguli planè inſcripti.* manifeſtũ eſt igitur centrum grauitatis portionis ABC, ſiuè ſit HI ipſi FG æquidiſtans, ſiue non æquidiſtans, propinquius eſſe vertici B portionis, quàm cẽtrum

gra-

grauitatis trianguli ABC. Quare circa verba demonstrationis, cùm inquit Archimedes, *& quoniam parallelogrammum est HFGI, & æqualis est FN ipsi NG.* &c. immitando secundam Archimedis demonstrationem huius propositionis, vel delenda sunt verba, *parallelogrammum est HFGI, &* tamquam ab aliquo addita; ita vt verba sint hoc modo vniuersalia, *& quoniam æqualis est FN ipsi NG*, & quæ sequuntur. vel sat fortasse Archimedi visum est, se ostendisse hoc contingere existente HI ipsi FG æquidistante. quòd si etiam non fuerit HI æquidistans FG, idem sequi tanquam notum omisit. cùm per facilis sit demonstratio, vt dictum est. Archimedesquè res valdè notas sępè prætermittere solet.

Hoc idem etiam considerari potest in secunda demonstratione quamuis verba hanc difficultatem non habeant. nã eadem sequitur demonsttatio, siuè sit HM lineæ IN ęquidistãs, vel non æquidistans, vt ex verbis Archimedis perspicuum est. etenim manifestum est centra grauitatis portionum AKB BLC esse in lineis KF LG. similiter centra grauitatis triangulorum AKB BLC in ijsdem esse lineis KF LG. vt in pũctis IN; quæ necessariò diuidunt KF LG in partes proportionales, vnde FI GN euadunt æquales. & quoniam portionum centra HM sunt propinquiora verticibus KL, quàm triangulorum centra IN; ideo necesse est pũcta HM in lineis KI LN existere. quare sint puncta HM vbicũque in lineis KI LN constituta; ductaq; HM, quæ siuè sit ipsi IN ęquidistans, siuè non æquidistans, semper erit pũctum Q propinquius vertici B, quam T. eodemquè modo erit punctum Q mediũ lineæ HM centrũ grauitatis magnitudinis ex portionib⁹ AKB BLC compositæ. siquidem portiones sunt ęquales. quę quidẽ omnia ex ipsamet demonstratione sunt manifesta. suntquè hæc eadẽ obseruãda in duabus sequẽtibus demõstrationib⁹.

4. huius.

ante 15. primi huius.

PROPOSITIO. VI.

Data portione rectalinea, rectanguliquè coni sectione cõtenta, in portione figura rectilinea planè inscribi potest; ita vt linea inter centrum graui-

tatis portionis, & figuræ rectilineæ inſcriptæ, minor ſit propoſita recta linea.

Data ſit portio ABC, qualis dicta eſt. cuius centrum grauitatis ſit punctum H. *& in ipſa planè inſcribatur triangulum ABC: ſitquè propoſita recta linea* F. *& quam proportionem habet BH ad F, eandem habeat triangulum ABC ad ſpacium* k. *in portione autem ABC planè inſcribatur figura rectilinea AGBLC, ita vt circumrelictæ portio*
A *nes* ANG GOB BPL LQC ſimul ſumptę *ſint minores ipſo* k: *ipſiuſquè figuræ inſcriptæ centrum grauitatis ſit punctum E. Dico lineam HE minorem eſſe ipſa F. Nam ſi non, vel æqualis eſt, vel maior. Quoniam autem* maior eſt figura rectilinea AGBLC, quàm triangulum ABC, maius verò eſt ſpacium K portionibus ANG GOB BPL LQC ſimul ſumptis, ideo *rectili-*
lẽma in 4. ſecũdi hui' *nea figura AGBLC ad circumrelictas portiones maiorem habet proportionem, quàm triangulum ABC ad K. hoc eſt HB ad F. at uerò BH non habet minorem proportionem ad F, quàm habet ad HE. cùm non ſit minor HE ipſa F:* ſi enim ponatur HE ipſi F

ęqua-

æqualis, eandem habebit proportionem BH ad HE, quã ad F. quæ eſt proportio trianguli ABC ad K. vnde figura rectilinea AGBLC ad circumrelictas portiones maiorem habebit proportionem, quàm BH ad HE. ſi verò ponatur HE maior, quàm F, habebit BH ad F, hoc eſt triangulũ ABC ad K maiorem proportionem, quàm BH ad HE. *multo igitur maiorem habet proportionem figura rectilinea AGBLC ad circumrelictas portiones, quàm BH ad HE. Quare ſi fiat ut rectilinea figura AGBLC ad circumrelictas portiones, ſic alia quædam linea ad HE. erit maior, quàm BH. ſitquè HM. Cùm enim portionis ABC centrum grauitatis ſit H. figuræ verò rectilineæ AGBLC punctum E. producta EH, aſſumptaque aliqua recta linea proportionem habente ad EH, quam rectilineum AGBLC ad circumrelictas portiones; maior erit quàm HB. habeat igitur* (vt dictum eſt) *MH ad HE* proportionem eam, quam habet figura AGBLC ad reliquas portiones, *ergo punctum M centrum eſt grauitatis magnitudinis ex circumrelictis portionibus compoſitæ. quod eſſe non poteſt. Ducta enim recta linea* RS *per M ipſi AC æquidiſtante, in ipſa ſunt centra grauitatis vnicuiquè portioni reſpondentia*; ita ſcilicet vt centrum magnitudinis ex portionibus ANG GOB compoſitæ ſit in linea RS. ſed in parte MR. in parte verò MS ſit grauitatis centrum magnitudinis ex reliquis portionibus BPL LQC compoſitæ; ita vt punctum M magnitudinis ex omnibus portionibus compoſitæ centrum grauitatis exiſtat. quæ tamẽ eſſe non poſſunt. quod idem accideret, ſi etiam RS ipſi AC æquidiſtans non eſſet. *Patet igitur HE minorem eſſe, quam F.* cùm neque maior, neque ęqualis eſſe poſſit. *quod quidem demonſtrare oportebat.*

7. quinti.

8. quinti.

8. primi huius.

SCHOLIVM.

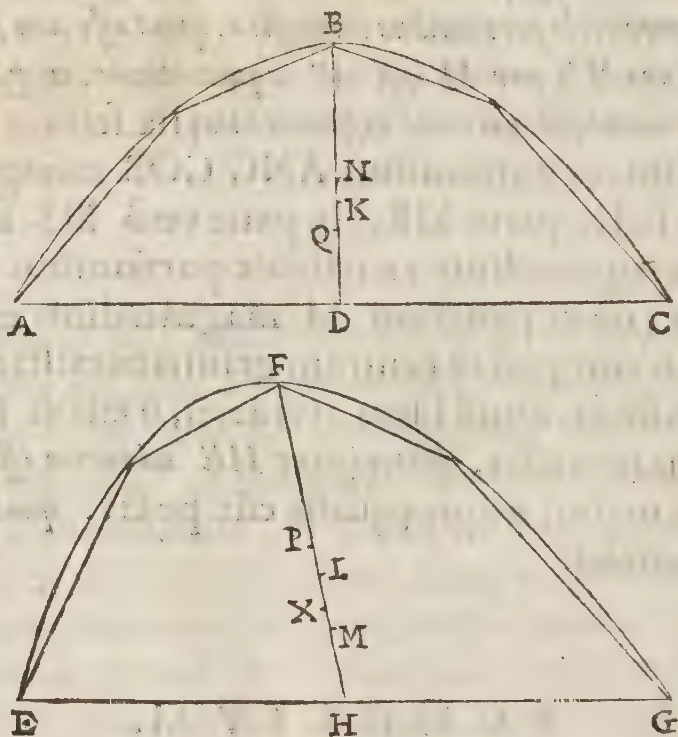
A In hac quoque demonſtratione obſeruandum eſt, quod poſt quartam huius adnotauimus; nimirum ſi pentagonum AGBLC in portione planè inſcriptum relinqueret portiones ANG GOB BPL LQC, quæ ſimul maiores, vel etiam æ-

quales

quales essent spacio K. Rursus planè adhuc inscribatur in portione ABC nonagonum, deinde altera figura, idquè semper fiat, donec circumrelictę portiones simul sint spacio K minores. quod quidem fieri posse ibidem ostendimus.

PROPOSITIO. VII.

Duabus portionibus similibus recta linea, rectanguliquè coni sectione contentis, centra grauitatum diametros in eadem proportione dispescunt.



Sint duæ portiones, quales dictæ sunt ABC EFG. quarum diametri BD FH. sitquè portionis ABC centrum grauitatis punctum K. ipsius verò EFG punctum L. Demonstrandum est, puncta KL in eadem proportione diametros diuidere, ita vt BK ad KD sit, vt FL

ad

ad LH. *si autem non.* si fieri potest, *sit BK ad KD, vt FM ad MH. & in portione EFG rectilineum planè inscribatur, ita vt linea inter centrum* grauitatis *portionis, &* centrum grauitatis *figuræ inscriptæ minor sit, quàm LM. sitquè figuræ inscriptæ centrum grauitatis punctum X.* erit vtiquè punctum L propinquius vertici F, quàm punctum X. & quoniam LX minor est, quàm LM, erit quoque punctum X vertici F propinquius, quàm M. *In portione autem ABC inscribatur figura rectilinea similis figuræ in portione EFG inscriptæ. hoc est similiter planè,* (ita nempè vt figurę latera multitudine ęqualia habeant) *cuius centrum grauitatis* sit punctum N. & quoniam figuræ in porrionibus planè inscriptę habent latera multitudine æqualia, ipsarum centra grauitatis diametros BD FH in eadem proportione dispescent. quare erit BN ad ND, vt FX ad XH. positum autē fuit ita esse FM ad MH, vt BK ad KD. si itaque punctū X propinquius est ipsi F, quàm M; erit & punctum N ipsi B propinquius, quàm K. est verò punctum K centrū grauitatis portionis ABC, punctum verò N centrum figuræ inscriptę; ergo centrum grauitatis figurę inscriptæ *propinquius erit vertici portionis,* quam centrum ipsius portionis. *quod fieri nō potest. Manifestum est igitur eandem habere proportionem BK ad KD, quam FL ad LH.* quod demonstrare oportebat.

6. huius.
5. huius.
3. huius.

SCHOLIVM.

Pręsens demonstratio ea tantùm ratione efficax esse videtur, quatenus supponitur punctum L vertici F propinqui⁹ esse, quàm M. ex hoc enim sequitur punctum X esse ipsi F propinquius, quàm M. vnde euenit absurdum, nempè, pūctum N esse vertici B propinquius, quàm K. Quòd si supositum fuerit Bk ad KD ita esse, vt FP ad PH; fuerit autem P inter LF; tunc centrum grauitatis figurę in EFG

planè

planè inſcriptæ eſſet inter puncta PH; vnde centrum etiam figure in ABC ſimiliter planè inſcriptę inter KD eueniret; eſſetquè centrum grauitatis portionis ABC vertici B propinquius, quàm centrum figuræ planè inſcriptæ. ideoquè nullũ accideret abſurdum. Quare ſi ſuppoſitum fuerit FP ad PH eſſe, vt BK ad KD, tunc (vt eadem demonſtratio rei propoſitæ inſeruire poſſet) diuidenda eſſet diameter BD in Q; ita vt BQ ad QD ſit, vt FL ad LH. & quoniam maiorem habet proportionem FL ad LH, quàm FP ad PH; ſiquidem maior eſt FL, quàm FP, & PH maior, quàm LH. Vt verò FL ad LH, ita eſt BQ ad QD; & vt FP ad PH. ita BK ad KD; maiorem quoque habebit proportionem BQ ad QD, quàm BK ad KD. & componendo BD ad DQ maiorem, quàm eadem BD ad Dk. Quare maior eſt DK, quàm DQ. & ob id punctum K propinquius erit vertici B, quàm Q. Deinde planè inſcribenda eſſet figura in portione ABC, ita vt linea inter centrum figuræ inſcriptæ, & centrum portionis minor eſſet, quàm KQ; & reliqua quæ ſequuntur, ita tamen, vt quę facta ſunt in EFG, fiant in ABC; & quæ in ABC, fiãt in EFG. oſtendeturquè centrum figurę inſcriptę in portione EFG propinquius eſſe vertici F, quàm centrum grauitatis ipſius portionis EFG. quod quidem fieri non poteſt. Ex quibus perſpicuum fit demonſtrationem eſſe vniuerſalem. & hanc demõſttationis partem Archimedem omiſiſſe, vt notam. Et vt antea admonuimus, quòd centra grauitatis diametros in eadem proportione diuidunt, omnibus parabolis competere intelligendum eſt. ſiquidem omnes ſunt ſimiles. quo demonſtrato, in ſequenti, quo in loco, & in qua diametri parte reperitur cẽtrum grauitatis paraboles demonſtrat, quòd vt res perſpicua reddatur; hæc priùs demonſtrabimus.

lẽma in 4. huius.

28. quinti. addi.

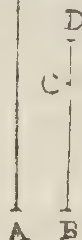
10. quinti.

LEMMA. I.

Si magnitudo magnitudinis fuerit quadrupla, minor verò magnitudo alterius magnitudinis ſit tripla, maior magnitudo vtrarumquè ſimul magnitudinum tripla erit.

Qua-

Quadrupla ſit magnitudo A magnitudinis BC. ſit verò BC alterius magnitudinis CD tripla. Dico magnitudinem A vtrarumquè ſimul BC CD, hoc eſt BD triplam eſse. Quoniam enim BC tripla eſt ipſius CD, erit componendo BC cum CD, hoc eſt BD ipſius CD quadrupla. ſed magnitudo quoque A quadrupla eſt ipſius BC, eandem igitur habet proportionem A ad BC, vt BD ad CD. & permutando A ad BD, vt BC ad CD. & eſt quidem BC tripla ipſius CD, ergo A ipſius BD tripla exiſtit. quod demonſtrare oportebat. 16.quinti.



LEMMA. II.

Si magnitudo magnitudinis fuerit ſeſquitertia, erit magnitudo minor ipſius exceſſus tripla.

Sit magnitudo AB magnitudinis C ſeſquitertia; exceſſus verò, quo AB ſuperat C, ſit BD. Dico magnitudinẽ C ipſius BD triplam eſſe. quod quidem ex ſe patet. Nam quoniam BD eſt exceſſus, quo AB ſuperat C. magnitudo autem AB ipſam C ſuperat tertia ipſius C parte, cum ſit AB ipſius C ſeſquitertia. erit igitur BD tertia pars iſius C. quare magnitudo C ipſius BD tripla exiſtit. quod oſtendere oportebat.



LEMMA III.

Sit magnitudo AB ipſius BC ſextupla. ſit verò AD tripla ipſius AC. Dico BD ipſius BA ſeſquialteram eſse.

Quoniã.n. AD multiplex eſt ipſius AG, erit AC pars ipſi⁹ AD. ac propterea ipſam AD metietur. rurſus quoniam AB, hoc eſt AC vnà cum CB ſextupla eſt ipſius BC, erit diuidẽdo AC ipſius CB quintupla. vndè CB ipſam AC, ac proptcrea etiã ipſam AB metietur. Vt autem AC ad AD, ita fiat CB ad aliam magnitudinẽ G; eritvtiq; CB ipſius G pars tertia, cùm ſit AC ipſius AD pars quoque tertia. Itaque quòniam CB ad G eſt, vt AC ad AD, erit permutando CB ad CA, vt G ad AD. BC verò ipſam CA metitur, eiuſquè eſt pars quinta; ergo G ipſam quoque AD metietur, eritquè ipſius pars quinta. Quoniam autem BC ipſam BA metitur, eademquè BC ipſam quoque G metitur, erit BC ipſarum AB G communis menſura. quia verò AB ſextupla eſt ipſius CB, G verò eſt eiuſdem CB tripla, erit AB ad G, ut ſextupla ad triplam. hoc eſt ſe habebunt in dupla proportione. quapropter AB dupla eſt ipſius G; ac per conſequens G ipſam AB metitur. Quoniam igitur G totam AD metitur, & ablatam AB quoque metitur; metietur G reliquam BD. G igitur ipſarum AB BD communis exiſtit menſura. & quoniã AB dupla eſt ipſius G, tota verò AD eiuſdem G quintupla exiſtit, erit reliqua BD tripla ipſius G. Ex quibus ſequitur DB ad BA ita ſe habere, vt tripla ad duplam. Quare DB ipſius BA ſeſquialtera exiſtit. quod oſtendere oportebat.

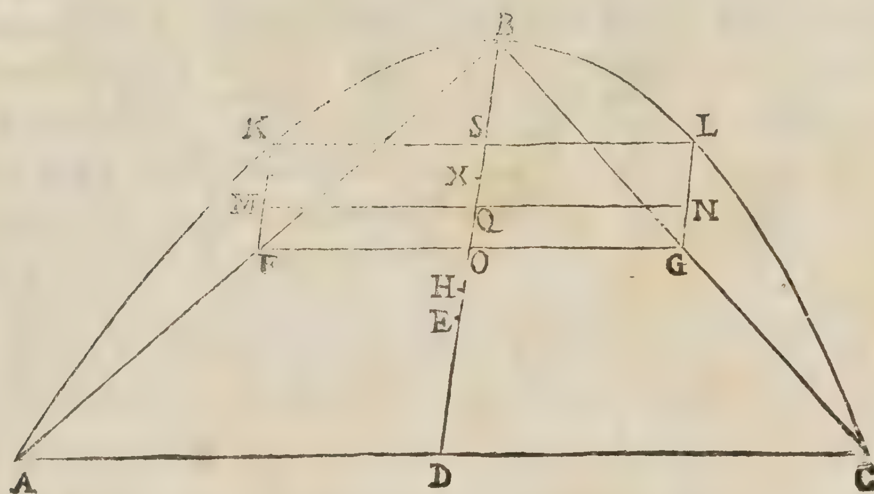
16, quinti.



PROPOSITIO. VIII.

Omnis portionis recta linea, rectanguliquè coni ſectione contentæ centrum grauitatis diametrum portionis ita diuidit, vt pars ipſius ad verticem portionis reliquæ ad baſim ſit ſeſquialtera.

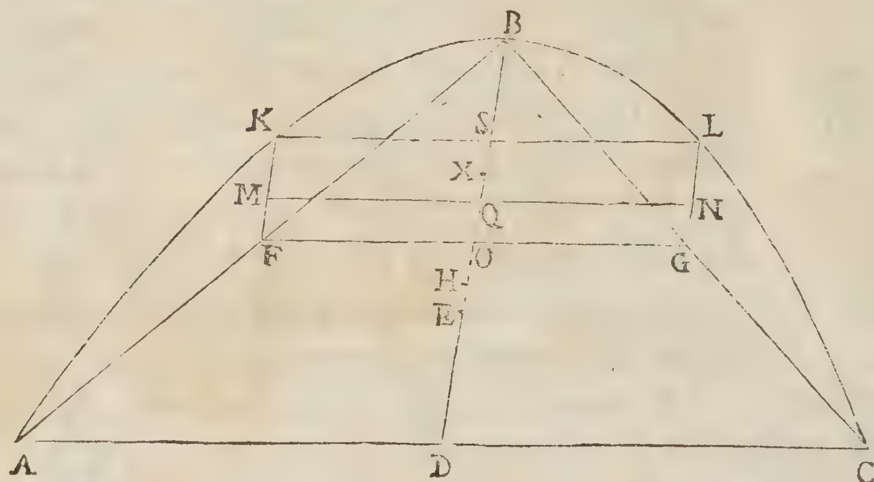
Sit portio ABC, qualis dicta est. ipsius verò diameter sit BD. centrum autem grauitatis sit punctum H. ostendendum est BH ipsius HD sesquialteram esse. Plane inscribatur in portione ABC triangulum ABC. cuius centrum grauitatis sit punctum E. bifariamquè diuidatur vtraquè AB BC in punctis FG. & ipsi BD æquidistantes ducantur Fk GL. erunt vtique FK GL *diametri portionum AkB BLC. sit itaque portionis AkB centrum grauitatis M; portionis verò BLC punctum N. connectanturque FG MN kL,* quæ diametrum BD se-



cent in punctis OQS. Quoniam igitur puncta MN in eadē proportione diuidunt KF LG, erit KM ad MF, vt LN ad NG. & componendo KF ad FM, vt LG ad GN. & permutando KF ad LG, vt FM ad GN. suntquè KF LG æquales; erit FM ipsi GN æqualis; & reliqua Mk reliquæ LN æqualis. & quoniam FM GN, & Mk NL sunt æquidistantes, erunt FG MN KL interse æquales, & æquidistātes. & est BD æquidistans KF, erit igitur SQ ipsi KM æqualis. quia verò KF BD LG sunt æquidistantes, erit MQ ad QN, vt FO ad OG. Cùm autem sit BF ad FA, vt BG ad GC,

7. huius. *18. 16 quīti* *post primā huius.* *33. primi* *34. primi* *1 lemma in 13. primi huius*

lẽma in aliter 13 primi huius erit FG ipsi AC ęquidistans. & vt AD ad DC, ita FO ad OG. sunt autem AD DC æquales, ergo FO OG, ac per consequens MQ QN inter se sunt æquales. itaque quoniam portiones AKB BLC sunt æquales, *magnitudinis ex vtrisque portionibus* AKB BLC *compositæ centrum grauitatis erit* in medio lineę MN; hoc est erit *punctum Q. & quoniam BH ad HD est, vt KM ad MF* (centra enim grauitatum portionum in ea- *post primã huius.* *4. primi huius.* *7. huius.*



dem proportione diametros secare necesse est) *& componendo*
18. quinti. BD ad DH, vt KF ad FM. *permutandoquè vt BD ad KF,*
16. quinti. *ita HD ad MF. at verò BD quadrupla est ipsius KF. Hoc enim*
A *in fine demonstratum est, vbi est signum hoc, H. quadrupla igitur est*
19 quinti. *& DH ipsius MF. Quare & reliqua BH reliquæ* kM, *hoc est ipsius SQ, quadrupla existit*. existente autem tota BH, quæ cõposita est ex BS QH, & SQ, quadrupla ipsius SQ; dempta SQ ab ipsis BS QH SQ, *reliqua igitur ex vtrisque BS QH* constans *tripla est ipsius SQ. sit BS tripla ipsius SX.* & quoniã tota HQ cum SB ad totam QS est, vt ablata BS ad ablatam SX; sunt quidem triplę; erit reliqua HQ ad reliquã *19. quinti.*
B QX in eadem proportione. *ergo & QH ipsius XQ est tripla.*
Et quoniam quadrupla est BD ipsius BS. hoc enim demonstratum
1. lẽma hui⁹ *est. ipsa verò BS ipsius SX est tripla*; erit BD ipsius BX tripla.

ac

ac propterea *erit XB ipsius BD pars tertia. Verùm ED ipsius DB pars tertia existit. Cùm centrum grauitatis trianguli ABC sit punctum E.* quod ita diuidit BD, vt BE ipsius ED sit dupla. *ante 11. primi huius.* At verò quoniam totius lineæ BD (quæ composita est ex DE EX XB) tertia pars est ipsa DE. & tertia quoque ipsa BX; *reliqua igitur XE tertia est pars ipsius BD. & quoniam totius portionis centrum grauitatis est punctum H; magnitudinis verò ex vtrisque portionibus AkB BLC compositæ centrum grauitatis est punctum Q; trianguli verò ABC est punctum E; erit triangulum ABC ad circumrelictas portiones* AKB BLC, *vt QH ad HE, triplũ autem est triangulum ABC portionum. Cùm tota portio* ABC *sesquitertia sit trianguli ABC,* excessus verò, quo portio ABC superat triangulum ABC, sint portiones AKB BLC simul sumptæ. *tripla igitur est QH ipsius HE. ostensa verò est etiam QH tripla ipsius QX.* quare erit QX ipsi HE æqualis. & quoniam HQ est tripla ipsius QX, erit HQ cum QX, hoc est tota BX quadrupla ipsius QX, hoc est ipsius HE. similiter quoniam XH quadrupla est ipsius HE; *quintupla igitur est* XH cum HE, tota scilicet *XE ipsius EH; hoc est DE ipsius EH. inuicem enim sunt æquales* EX ED, vt ostensum est. Cùm itaque sit DE ipsius EH quintupla; erit DE cum EH sextupla ipsius EH. *Quare sextupla est* tota *DH ipsius HE. & est BD ipsius DE tripla; sesquialtera igitur est BH ipsius HD.* Quare centrum grauitatis H ita diuidit diametrum BD, vt pars BH ad HD sesquialtera existit. quod demonstrare oportebat.

8 primi huius.

2. lemma huius.

9. quinti.

3. lemma huius.

SCHOLIVM.

A Ea verba in demonstratione posita nempè *Hoc enim in fine demonstratum est, vbi est signum hoc, H.* ita credo esse intelligenda, quòd scilicet Archimedes alicubi, & in fine, siue huius, siue alicuius alterius demonstrationis, demonstrauerit lineam

BD quadruplam esse ipsius KF. & vbi hoc demonstratum erat, ibi quoque pro signo posita fuerit littera H. quod quidem ostensum est à nobis paulò ante secundam huius propositionem; vbi etiam apposuimus pro signo hanc literam H.

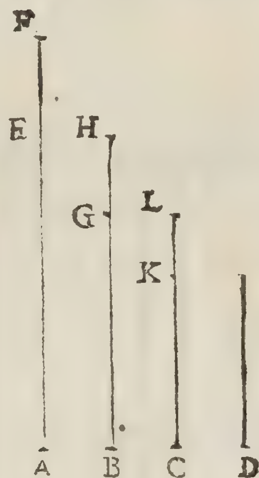
B Rursum in demonstratione paulò infra Archimedes dixit, *Hoc enim demonstratum est*, scilicet BD ipsius BS quadruplam esse. supponit autem hoc tanquam demonstratum post primam propositionē huius, vbi tota BD est sexdecim, & BS quatuor, vt eodem in loco ostensum fuit à nobis. Vel ad ea respexit Archimedes, quæ ab ipso in decimanona propositione de quadratura paraboles demonstrata fuerunt. vbi circa finē demonstrationis ostendit BD quadruplam esse ipsius BS.

Inuento itaque centro grauitatis paraboles, vult Archimedes inuestigare centrum grauitatis frusti à parabole abscissi. quemadmodum in primo libro post inuentionem centri grauitatis trianguli, adinuenit etiam centrum grauitatis trapezij. quod est tanquam frustum à triangulo abscissum. quare duo adhuc theoremata proponit, in quorum postremo, vbi sit cētrum grauitatis frusti demonstrat. in sequenti verò quædam demonstrat necessaria, vt huiusmodi centrum determinare possit. Quoniam autem sequens theorema arduum, difficileque sese offert; nonnulla priùs quibusdam lemmatibus ostendemus, ne si in demonstratione ea insererentur, longa nimis euaderet, ac tædiosa demonstratio. quæ quidem summa indiget attentione. quamquàm in hoc theoremate explicando ad vitandam obscuritatem copiosum sermonem adhibendum curauimus; ne breuitati studentes obscuriores essemus.

LEMMA. I.

Si quatuor magnitudines in continua fuerint proportione, & earum excessus in eadem erunt proportione magnitudinū.

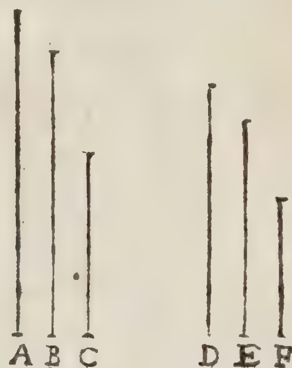
Sint quatuor magnitudines AF BH CL D in continua proportione; vt ſcilicet ſit AF ad BH, vt BH ad CL; & CL ad D. exceſſus verò, quo AF ſuperat BH, ſit EF. & exceſſus, quo BH ſuperat CL, ſit GH. exceſſus denique, quo CL ſuperat D, ſit KL. erunt utique AE BH inter ſe ęquales, itidemquè



BG CL æquales. Dico EF GH KL in eadem eſſe proportione, vt ſunt magnitudines AF BH CL, & vt BH CL D. Quoniam enim tota AF ad totam BH eſt, vt BH ad CL; hoc eſt vt ablata EA ad ablatam GB. erit reliqua EF ad reliquam GH; 19.quinti.
vt AF ad BH. Parique ratione oſtendetur GH ad kL ita eſſe, vt BH ad CL. ergo exceſſus EF GH KL in eadem ſunt proportione, vt magnitudines AF BH CL. quæ cùm ſint, vt magnitudines BH CL D, ſiquidem omnes in continua ſunt proportione; exceſſus igitur EF GH KL in eadem quoque ſunt proportione, vt magnitudines BH CL D. quæ quidem demonſtrare oportebat.

LEMMA. II.

Si tres fuerint magnitudines, & aliæ ipſis numero æquales, & in eadem proportione, in primis magnitudinibus prima, & ſecunda ad tertiam erunt, vt in ſecundis magnitudinibus prima & ſecunda ad tertiam.



Sint tres magnitudines ABC, & aliæ tres DEF in eadẽ proportione. Dico AB ſimul ad C ita eſſe, vt DE ſimul ad F. Quoniam enim A ad B eſt, ut D ad E, erit componẽdo AB ad B, ut DE ad E. ſed vt B ad C, ita eſt E ad F. ergo ex ęquali AB ſimul ad C eſt, vt DE ſimul ad F. quod demonſtrare oportebat.

18.quinti. *22.quinti.*

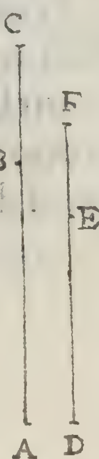
LEMMA. III.

Si fuerit AB ad AC, vt DE ad DF. Dico exceſſum BC ad CA ita eſſe, vt exceſſus EF ad FD.

cor.4.quĩti

Quoniam enim eſt AB ad AC, vt DE ad DF, erit con-

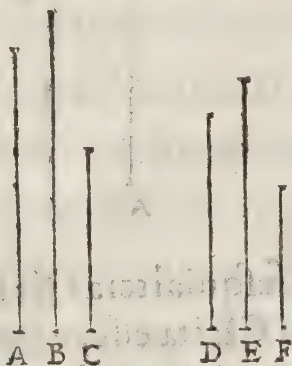
uertendo CA ad AB, vt FD ad DE. & per conuersionem rationis AC ad CB, vt DF ad FE. & rursus conuertendo CB ad CA, vt FE ad FD. quod demõstrare oportebat. co.4.quĩti.



ALITER.

Quoniam enim AB est ad AC, vt DE ad DF, erit conuertendo AC ad AB, vt DF ad DE. diuidendoquè CB ad BA, vt FE ad ED. est autem AB ad AC, vt DE ad DF, erit igitur ex æquali BC ad CA, vt EF ad FD. quod demonstrare oportebat. 17. quinti. 22, quinti.

LEMMA IIII.

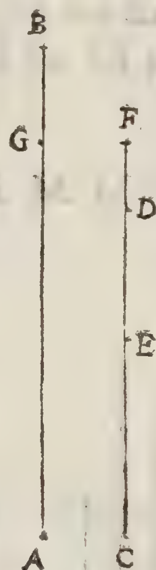


Si fuerint quotcunque magnitudines ABC, & aliæ ipsis numero æquales DEF, & in eadẽ proportione. Dico vtramque simul AD ad vtramque simul BE, & vtramque simul BE ad vtramque simul CF eandem habere proportionem, quam habet A ad B, & B ad C.

12.quinti. Quoniam enim eſt A ad B, ut D ad E; erit AD ſimul ad BE ſimul, vt A ad B. ſimiliter quoniam B ad C eſt, vt E ad F, erit BE ſimul ad CF ſimul, vt B ad C. in eadem igitur ſunt proportione AD ſimul, & BE ſimul, & CF ſimul, vt ABC. quod demonſtrare oportebat.

LEMMA. V.

Si magnitudo magnitudinis fuerit ſeſquialtera ad tres quintas eiuſdem erit duplex ſeſquialtera.



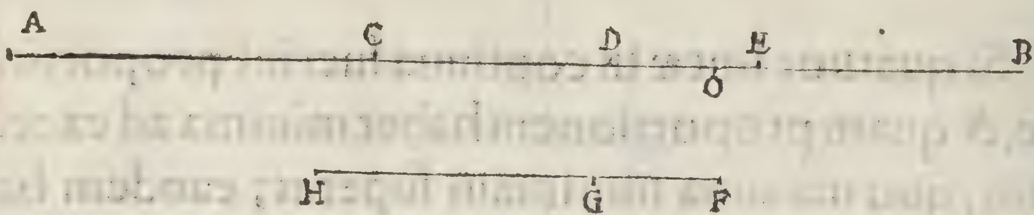
Sit AB ipſius CD ſeſquialtera. ſit uerò CE tres quintæ ipſius CD. Dico AB ad CE ita eſſe, vt quinque ad duo. Fiat EF ęqualis EC, erit CF ſex quintæ ipſius CD. & quoniam AB ipſius CD eſt ſeſquialtera, ſuperabit AB ipſam CD dimidia ipſius CD. erit igitur AB ſeptem quintæ cum dimidia ipſius CD. quare CF minor eſt AB. fiat igitur AG æqualis CF. erit vtique AG ſex quintę ipſius CD. & ob id GB ipſius CD quinta eſt pars cum dimidia. & quoniam CE eſt eiuſdem CD tres quintæ, erit BG dimidia ipſius CE. quare GB ipſam CE bis metietur. Et quoniam EF eſt æqualis ipſi EC, ipſa BG bis quoque metietur ipſam EF. quare

totam CF, hoc eſt ipſam AG quater metietur. at verò GB ei-ipſam ſemel metitur ipſa igitur GB totam AB quinquies metietur. Ex quibus liquet GB ipſarum ABCE communem eſſe menſuram. Et erit quidem AB quintupla ipſius BG; ipſa verò CE eiuſdem BG dupla. erit AB ad CE, vt quintupla ad duplã. hoc eſt duplex ſeſquialtera. quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO. VIIII.

Si quatuor lineæ in continua fuerint proportione, & quam proportionem habet minima ad exceſſum, quo maxima minimam ſuperat; eandem habeat quædam aſſumpta linea ad tres quintas exceſſus, quo maxima proportionalium tertiam excedit: quam verò proportionem habet linea æqualis duplæ maximæ proportionalium, & quadruplæ ſecundæ, & ſextuplæ tertiæ, & triplæ quartæ ad lineã æqualem quintuplæ maximæ, & decuplæ ſecundæ, & decuplæ tertiæ, & quintuplæ quartæ, eandem habeat quædam aſſumpta linea ad exceſſum, quo maxima proportionalium tertiam ſuperat; vtræque ſimul aſſumptæ lineæ erunt duæ quintæ maximæ.

Sint quatuor lineæ proportionales AB BC BD BE, ita vt AB ad BC ſit, vt BC ad BD. & vt BC ad BD, ita ſit BD ad BE. *& quam proportionem habet BE ad EA, eandem habeat FG ad tres quintas ipſius AD. quam autem proportionem habet linea æqualis duplæ ipſius AB, & quadruplæ ipſius BC, & ſextuplæ ipſius BD, & triplæ ipſius BE, ad lineã æqualẽ quĩtuplæ ipſius AB, et decuplæ ipſius CB, & decuplæ ipſius BD, & quintuplæ ipſius BE, eandem habeat GH ad AD. Oſtẽdendum eſt FH duas quintas eſſe ipſius AB. Quoniam enim proportionales ſunt AB BC BD BE, &* ipſarum exceſſus *AC CD DE in*



1. lẽma huius. *eadem erunt proportione. &* quoniam magnitudines AB BC BD in continua ſunt proportione, & earum exceſſus AC CD DE in eadem erunt proportione. quia verò tres ſunt magnitudines proportionales AB BC BD; & aliæ ipſis numero æquales, &
2. lemma huius. in eadem proportione AC CD DE, erit in primis magnitudinibus prima, & ſecunda ad tertiam, vt in ſecundis magnitudinibus prima, & ſecunda ad tertiam; hoc eſt *vtraque ſimul AB BC ad BD eandem habebit proportionem, quam* vtraque ſimul
1. lẽma huius. AC CD, hoc eſt *AD ad DE; &* ob eandem rationem cùm
2. lemma huius. tres ſint proportionales magnitudines AC CD DE, aliæquè eodem modo proportionales BC BD BE; erit vtraque ſimul

AC CD, hoc eſt AD ad DE, vt *vtraque ſimul BC BD ad EB. & omnes ad omnes*, quoniam ſcilicet eſt vtraque ſimul AB BC ad BD, vt horum dupla; erit vtraque ſimul AB BC ad BD, vt dupla vtriuſque ſimul AB BC ad duplam ipſius BD. eſt autẽ vtraque ſimul AB BC ad BD, vt AD ad DE. erit igitur AD ad DE, vt dupla vtriuſque ſimul AB BC ad duplam ipſius BD. quia verò ita etiam eſt AD ad DE, vt vtraque ſimul CB BD ad BE; erit dupla vtriuſque ſimul AB BC ad duplam ipſius BD, vt vtraque ſimul CB BD ad BE. & vtraque antecedentia ad vtraque conſequentia in eadem erunt proportione: eruntquè in antecedenti duę AB, tres BC, & ſola BD. in conſequenti verò erunt duæ BD cum ſola BE. erit igitur dupla ipſius AB, & tripla ipſius CB cum ſola BD ad duplam ipſius BD cum ſola BE, vt vtraque ſimul CB BD ad BE. vtraque verò ſimul CB BD ad BE eſt, vt AD ad DE. *eandem ergo proportionem habet AD ad DE, quam linea æqualis duplæ ipſius AB, & triplæ ipſius CB, &* ſoli *DB ad lineam æqualem duplæ ipſius BD &* ſoli *BE*. Quoniam autem linea compoſita ex dupla ipſius AB, & quadrupla ipſius CB, & quadrupla ipſius BD, & dupla ipſius BE, maior eſt ea, quæ compoſita eſt ex dupla ipſius AB, & tripla ipſius CB, & ſola BD; maiorem habebit proportionem compoſita ex dupla ipſius AB, & quadrupla ipſius CB, & quadrupla ipſius BD, & dupla ipſius BE ad compoſitam ex dupla ipſius BD cum ſola BE, quam compoſita ex dupla ipſius AB, & tripla ipſius CB cum ſola BD ad eandem compoſitam ex dupla ipſius BD cum ſola EB. compoſita verò ex dupla ipſius AB, & tripla ipſius BC cum ſola BD ad duplam ipſius BD cum ſola BE ita oſtenſa eſt ſe habere AD ad DE. compoſita igitur ex dupla ipſius AB, & quadrupla ipſius BC, & quadrupla ipſius BD, & dupla ipſius BE ad compoſitam ex dupla ipſius BD cum ſola BE maiorem habebit proportionem, quam AD ad DE. *Quam itaque proportionem habet linea æqualis duplæ ipſius AB, & quadruplæ ipſius BC, & quadruplæ ipſius BD, & duplæ ipſius BE ad lineã æqualẽ duplæ ipſius DB, & ad EB, eandem habebit AD ad minorem ipſa DE. habeat igitur ad DO.* & quoniã ita ſe habet AD ad DO, vt cõpoſita ex dupla ipſius AB, & quadrupla ipſius BC, & quadrupla ipſius BD, & dupla ipſius BE, hoc eſt cõpoſita ex dupla vtriuſ-

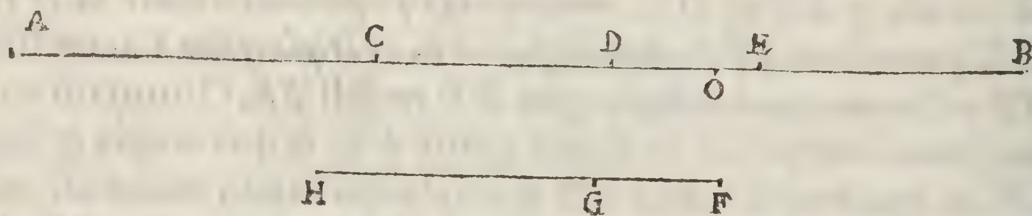
11. quinti.
12. quinti.
11. quinti.
8. quinti.
ex 8. quĩti

que

que ſimul AB BE, & quadrupla vtriuſque ſimul BC BD. (bis enim aſſumitur AB, & bis BE, quater verò BC, & quater BD) ad compoſitam ex dupla ipſius BD cum ſola BE; erit conuertendo, ut OD ad DA, ita compoſita ex dupla ipſius BD cũ ſola BE ad cõpoſitam ex dupla utriuſque ſimul AB BE, & quadrupla vtriuſque ſimul CBD. *et vtræque ad primas eandem habebunt proportionem.* hoc eſt componendo erit OA ad AD, vt cõpoſita ex dupla ipſius BD cum ſola BE, & dupla vtriuſque ſimul AB BE, & quadrupla vtriuſque ſimul BC BD ad compo-

co.4.quĩti

18, quinti.

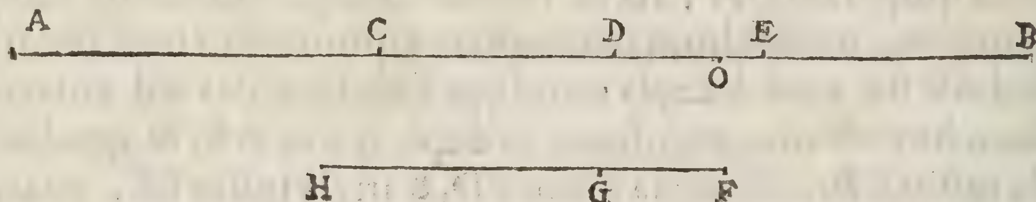


ſitam ex dupla vtriuſque ſimul AB BE, & quadrupla vtriusq; ſimul BC BD. In hoc autem antecedente bis ſumitur AB, quater BC, ſexies verò BD, & ter BE. *habebit igitur OA ad AD eandem proportionem, quam linea æqualis duplæ ipſius AB, et quadruplæ ipſius CB, et ſextuplæ ipſius BD, et triplæ ipſius BE ad lineam compoſitam ex dupla vtriuſque ſimul AB EB, et quadrupla vtriuſque ſimul CB BD. habet autem* (vt ſuppoſitum eſt) GH ad AD eandem proportionem, quam linea æqualis duplæ ipſius AB, & quadruplæ ipſius BC, & ſextuplæ ipſius BD, & triplæ ipſius BE ad lineam æqualem quintuplæ ipſius AB, & decuplæ ipſius CB, & decuplæ ipſius BD, & quintuplæ ipſius BE, hoc eſt ad

quintuplã vtriusque simul AB BE cũ decupla vtriusquè simul CB BD. In cõsequẽti.n.quinquies assũpta est AB,& quinquies BE, decies CB,& decies BD. *& conuertendo habebit AD ad* co.4.quĩti.
GH eandem proportionem, quam quintupla vtriusque simul AB BE cũ decupla vtriusque simul CB BD ad lineam compositam ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius CB, & sextupla ipsius BD, & tripla ipsius EB. Dissimiliter autem quàm in proportionibus ordinatis, hoc est in perturbata proportione quoniam in primis magnitudinibus ita se habet antecedens OA ad consequens AD, vt in secundis magnitudinibus antecedens composita nempè ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius BC, & sextupla ipsius BD, & tripla ipsius BE, ad consequens lineam scilicet compositam ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD: ut autem in primis magnitudinibus consequens AD ad aliud quippiam GH, ita in secundis magnitudinibus aliud quippiam, nempè linea composita ex quintupla vtriusque simul AB BE cum decupla vtriusque simul CB BD ad antecedens, hoc est ad compositam ex dupla ipsius AB, & quadrupla ipsius CB, & sextupla ipsius BD, & tripla ipsius BE. quare *ex æquali eandem habet proportionem OA ad GH, quam quintupla v-* 23.quinti.
triusque simul AB BE cum decupla vtriusque simul *CB BD ad cõpositã ex dupla vtriusq; simul AB BE, et quadrupla vtriusq; simul CB BD. At verò* quoniam quintupla ipsius AB ad duplam eiusdem AB est, vt quinque ad duo; similiter quintupla ipsi⁹ BE ad duplam eiusdem BE est, vt quinque ad duo, erit quintupla vtriusque simul AB BE ad duplam vtriusque simul AB BE, vt quinque ad duo. pariquè ratione decupla vtriusque simul CB BD ad quadruplam vtriusque simul CB BD est, vt decem ad quatuor, hoc est vt quinque ad duo. & antecedẽtia
ad consequentia in eadem erunt proportione, hoc est *composi-* 12. quinti.
ta ex quintupla vtriusque simul AB BE cum decupla vtriusque simul CB BD ad compositam ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD proportionem habet, quam quinque ad duo Quare OA ad GH proportionem habet, quam quinque ad duo. Rursus factum fuit AD ad DO, vt composita ex dupla vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD ad lineã
BE vnà cum dupla ipsius BD. conuertendo etiam *quoniam* co.4.quĩti

in

in primis magnitudinibus antecedens *OD ad* consequens *DA eandem habet proportionem, quam* in secundis magnitudinibus antecedens *EB cum dupla ipsius BD ad* consequens, *lineam* scilicet *æqualem lineæ compositæ ex dupla vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD; est autem* (vt antea ostensum est) *&* in primis magnitudinibus consequens *AD ad* aliud quippiã *DE, vt* in secundis magnitudinibus aliud quippiam, linea scilicet *composita ex dupla ipsius AB, & tripla ipsius CB, &* sola *BD ad* antecedens, nempè *lineam æqualẽ ipsi EB, & duplæ ipsius BD.*



Non igitur perinde, vt in proportione ordinata; hoc est, perturbata existẽ 23.quinti. *te proportione, ex æquali est OD ad DE, vt dupla ipsius AB cum tripla ipsius BC & sola BD ad cõpositam ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD.* superat verò DE ipsam DO excessu OE; linea verò cõposita ex dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD lineam excedit compositam ex dupla ipsius AB cum tripla ipsius BC, ac sola BD, excessu lineæ, quæ sit æqualis soli CB cum tripla ipsius 3.lẽma huius. BD, & dupla ipsius BE. *Quare est EO ad ED, vt CB cum tripla ipsius BD, & dupla ipsius EB ad duplam vtriusque simul AB BE, & quadruplam vtriusque simul CB BD. est autem* in lineis pro-

por-

portionalibus initio expositis; cùm in continua sint proportione, tertia in ordine BD ad quartam BE, vt prima AB ad secundam BC, quare diuidendo vt DE ad EB, ita AC ad CB. Rursus quoniam in lineis proportionalibus ob eandem causam CB ad BD ita est, vt DB ad BE; erit diuidendo, vt CD ad DB, ita DE ad EB. ego *vt DE ad EB, ita AC ad CB, & CD ad DB. ac propterea secundùm* multiplicem *compositionem tripla ipsius CD, ad triplam ipsius DB* est, vt sola CD ad solam DB. *& dupla ipsius DE ad duplam ipsius EB* est, vt DE ad EB. est verò CD ad DB, vt DE ad EB, & AC ad CB; erit igitur AC ad CB, vt tripla ipsius CD ad triplam ipsius DB; & vt dupla ipsius DE ad duplam ipsius EB. *Quare &* tria antecedentia simul ad tria simul consequentia, hoc est, *composita ex AC, & tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE ad compositam ex CB, & tripla ipsius DB, & dupla ipsius EB* ita erit, vt AC ad CB, hoc est, DE ad EB. *Rursus itaque dissimili modo, quàm in proportionibus ordinatis, hoc est in perturbata proportione,* quoniam est in primis magnitudinibus antecedens OE ad consequens ED, ita in secundis magnitudinibus antecedẽs composita scilicet ex CB, cum tripla ipsius BD, & dupla ipsius EB, ad consequens nempè compositam ex dupla vtriusque simul AB BE, cum quadrupla vtriusque simul CB BD: in primis verò magnitudinibus consequens DE ad aliud quippiam EB est, vt in secundis magnitudinibus aliud quippiã, hoc est composita ex AC cum tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE ad antecedens, lineam scilicet compositam ex CB cum tripla ipsius BD, & dupla ipsius EB. *ex æquali eandem habebit proportionem EO ad EB, quam AC cum tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE ad duplam vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD.* & componendo erit OB ad BE, vt linea AC cum tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE, & dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD, ad duplam vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD. In hoc autem

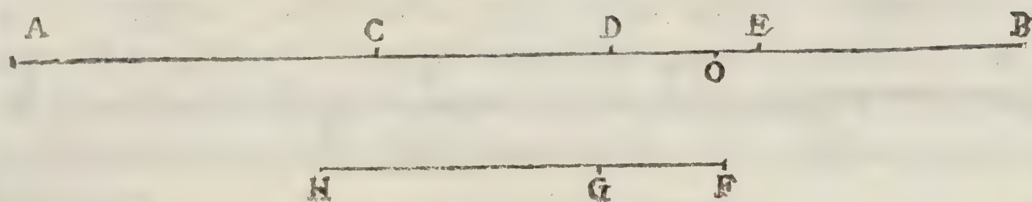
Marginal notes: 17.quinti. (beside "secundam BC … ita AC ad"); A (beside "CD ad DB, ita DE ad EB. ego vt DE ad EB"); 12.quinti. (beside "duplam ipsius EB. Quare"); 23.quinti. (beside "tripla ipsius BD, & dupla ipsius EB. ex æquali"); 18.quinti. (beside "BD. & componendo erit").

antecedente assumitur sola AC, ter CD, bis DE, bis AB, bis BE, quater CB, & quater BD. Duæ verò AB vnà cum sola AC, & sola CB, ex quatuor vicibus, quibus ipsa CB sumitur, sunt æquales tribus AB. tres autem CB, quæ relictæ sunt, vnà cum tribus CD, & tribus BD ex quatuor vicibus, quibus ipsa BD sumitur, sunt æquales sex CB. sola verò BD, quæ relicta fuit, vnà cum duabus DE, & duabus BE, est æqualis tribus BD. linea nimirum AC cum tripla ipsius CD, & dupla ipsius DE, & dupla vtriusque simul AB BE, & quadrupla vtriusque simul CB BD, æqualis erit triplæ ipsius AB, cum sextupla ipsius CB, & tripla ipsius BD. *Tota igitur OB ad EB eandem habet proportionem, quam linea æqualis triplæ ipsius AB cum sextupla ipsius CB & tripla ipsius BD ad duplam vtriusque simul AB BE cum quadrupla vtriusque simul CB BD. & quoniam* initio ostensum fuit lineas AC CD DE in eadem esse proportione, vt sunt quatuor lineæ continuè proportionales AB BC BD BE; erunt tres AC CD DE, & tres AB BC BD, & tres BC BD BE in eadem proportione. conuertendo igitur in eadem quoque erunt proportione. quare tres *ED DC CA*, & tres BE BD BC, & tres BD BC BA *in eadem sunt proportione*. Quoniam autem BE BD BC ita se habent, vt BD BC BA; vtraque simul BE BD ad vtramque simul BD BC, & vtraque simul BD BC ad vtramque simul BC BA ita se habebunt, vt BE BD BC. hæ verò *BE BD* BC sunt, vt ED DC CA. ergo *& vtraque simul vnaqueque ipsarum EB BD, DB BC, CB BA*, ita se habebunt, vt ED DC CA. quare *erit &* antecedens *ED* ad suas consequentes DC CA simul sumptas, hoc est *ad DA, vt* antecedens *vtraque simul EB BD* ad suas consequentes, nempè *ad vtrãque simul DB BC cum vtraque simul CB BA. & componendo EA ad AD, vt vtraque simul EB BD cum vtraque simul AB BC, & vtraque simul CB BD* ad vtramque simul BD BC

cor. 4. quinti. — *4. lema huius.* — *cor. 2 lem in 1 primi huius.* — *18 quinti.*

cum

cum vtraque ſimul CB BA. In hoc autem antecedenti ſemel ſumitur EB, & ſemel AB, bis BD, & bis BC. in conſequenti verò ſumitur ſola BD, ſolaquè BA, & bis BC. Proportio igitur ipſarum EA AD eſt eadem, *quæ eſt vtraque ſimul EB BA cum dupla vtriuſque ſimul DB BC ad vtramque ſimul BD BA cum dupla ipſius BC. Quare & dupla ad duplam eandem habebit proportionē; hoc eſt, vt EA ad AD, ita dupla vtriuſque ſimul EB BA cum quadrupla vtriuſque ſimul CB BD ad duplam vtriuſque ſimul AB BD cum*



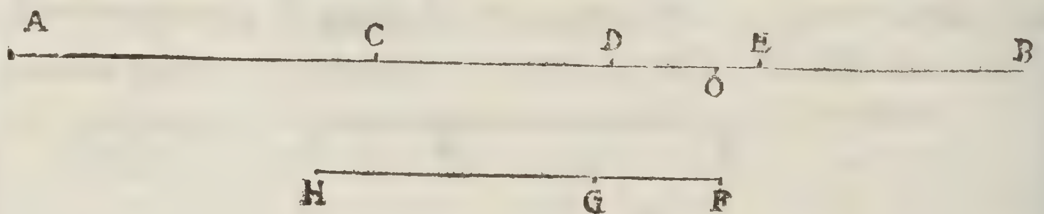
quadrupla ipſius CB. Quapropter EA ad tres quintas ipſius AD eſt, vt compoſita ex dupla vtriuſque ſimul AB BE, & quadrupla utriusque ſimul CB BD ad tres quintas lineæ compoſitæ ex dupla vtriuſque ſimul AB BD, & quadrupla ipſius CB. Verùm quia initio aſſumptum fuit ita eſſe BE ad EA, vt FG ad tres quintas ipſius AD, erit conuertendo EA ad EB, vt tres quintæ ipſius AD ad FG; permutandoquè *vt EA ad tres quintas ipſius AD, ſic eſt EB ad FG, vt igitur EB ad FG, ſic dupla vtriuſque ſimul AB BE cum quadrupla vtriuſque*

B

co.4.quīti.
16.quinti.
11.quinti.

 ſimul

ſimul DB BC ad tres quintas lineæ compoſitæ ex dupla vtriuſque ſimul AB BD cum quadrupla ipſius CB. oſtenſum eſt autē OB ad EB ita eſſe, vt tripla ipſius AB cum ſextupla ipſius CB, & tripla ipſius BD ad duplam vtriuſque ſimul AB BE cum quadrupla vtriuſque ſimul CB BD. At in hoc antecedente ter aſſumpta eſt AB, terquè BD, & ſexies CB. erit itaque in primis magnitudinibus antecedens OB ad conſequens EB, vt in ſecundis magnitudinibus antecedens *tripla* ſcilicet *vtriuſque ſimul AB BD cum ſextupla ipſius CB ad* conſequens nempè *duplam vtriuſque ſimul AB BE, & quadruplam vtriuſque ſimul CB BD.*



in primis verò magnitudinibus eſt conſequens EB ad aliud quippiam FG, ut in ſecundis magnitudinibus conſequens, hoc eſt dupla vtriuſque ſimul AB BE cum quadrupla vtriuſque ſimul DB BC ad aliud quippiam, nempè ad tres quintas lineæ cõpoſitę ex dupla vtri⁹ q; ſimul AB BD cũ quadrupla i-
22, quinti. C ipſi⁹ CB. *Ex æquali igitur eſt, ut OB ad FG, ita linea compoſita ex tripla utriusq; ſimul AB BD, et ſextupla ipſi⁹ CB ad tres quĩtas lineæ cõpoſitæ ex dupla utri⁹ q; ſimul AB BD, & quadrupla ipſius CB. at uerò* tripla ipſius AB ad duplã eiuſdẽ AB eſt, vt tria ad duo. ſimiliter tripla ipſius BD ad duplam eiuſdem BD eſt, vt tria ad duo.

pari-

parique ratione ſextupla ipſius CB ad quadruplam eiuſdem CB ita ſe habet, vt ſex ad quatuor, hoc eſt tria ad duo, & omnes ad omnes, hoc eſt *compoſita ex tripla vtriuſque ſimul AB BD, et ſextupla ipſius CB ad compoſitam ex dupla vtriuſque ſimul AB BD, & quadrupla ipſius CB proportionem habet, quam tria ad duo.* vt exem D
pli gratia quindecim ad decem, *ſed* eadem compoſita ex tripla vtriuſque ſimul AB BD, & ſextupla ipſius CB *ad tres quintas eiuſdem* compoſitæ ex dupla vtriuſque ſimul AB BD, & qua 5. *lemma*
drupla ipſius, CB, quæ poſita eſt decem, *proportionem habet, quam* *huius.*
quinque ad duo. hoc eſt ut quindecim ad ſex, tres enim quintæ ipſius decem ſunt ſex. at verò proportio, quam habet linea cõpoſita ex tripla vtriuſque ſimul AB BD, & ſextupla ipſius CB ad tres quintas lineæ compoſitę ex dupla vtriuſque ſimul AB BD cum quadrupla ipſius CB, eſt æqualis ei, quam habet OB ad FG. ergo erit OB ad FG, vt quinque ad duo. *Demonſtratū autem eſt, & AO ad GH proportionem habere, quam quinque ad duo; tota igitur BA ad totam FH proportionem habet, quam quinque ad duo.* 12. *quinti.*
ſi autem hoc, eſt quidem FH duæ quintæ ipſius AB. Quod oportebat demonſtrare.

SCHOLIVM.

Græcus codex poſt ea verba, *vt DE ad EB, ita AC ad CB,* A
non habet, *& CD ad DB*, quæ ob ea, quæ ſequuntur, omninò neceſſaria videntur. ideo poſt gręca verba, ἔσι δὲ καὶ ὡς δε πρὸς εβ, οὕτως ἅτε αγ πρὸς γβ deſiderari videntur. καὶ ἁ γδ πρὸς δβ.

Vbi autem ſunt verba, *vt cõpoſita ex dupla vtriuſque ſimul*, Græ B
cus codex tantùm habet, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς συναμφοτέρου. In quibus deſideratur illa particula, *dupla*, ideo corrigendus eſt hoc modo, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκτε τᾶς β συναμφοτέρου, &c.

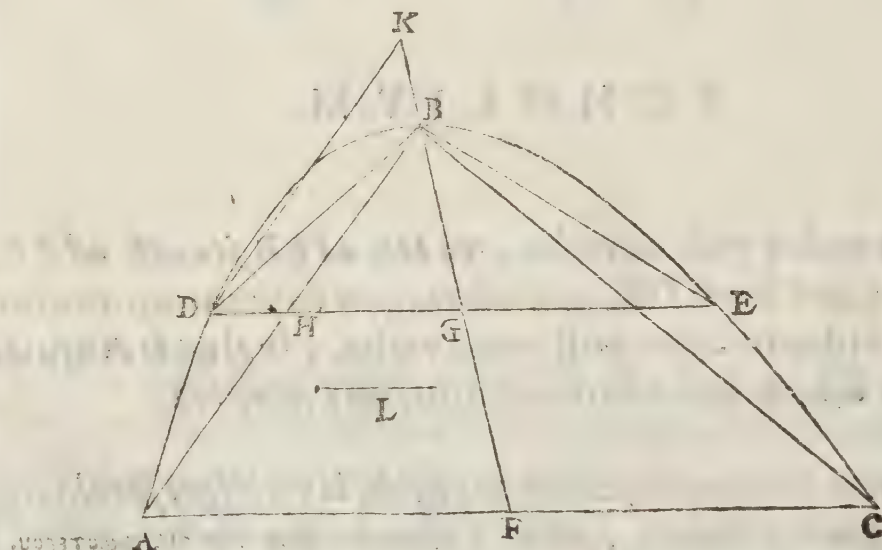
Præterea cùm inquit, *ex æquali igitur est vt OB ad FG*, Græ
C cus non habet, *ad FG*, idcirco post ea verba καὶ δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἁ οβ addenda sunt πρὸς ζη.

D Similiter quando inquit *ad compositam ex dupla vtriusque simul AB BD, & quadrupla ipsius CB*, græca verba sunt πρὸς μὲν τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς β συναμφοτέρου τᾶς αβ βδ τᾶς γβ, in quib⁹ similiter desideratur, *& quadrupla*. quare ita corrigendus videtur. πρὸς μὲν τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τας β συναμφοτέρου τᾶς αβ βδ, καὶ δ τᾶς γβ,

Postremum theorema, & si non habeat tãtam obscuritatẽ, veluti pręcedens, non est tamen sine aliqua obscuritate, ob cuius intelligentiam hanc priùs propositionem ostendemus.

PROPOSITIO.

Si duæ fuerint rectæ lineę in parabole ad diametrum ordinatim applicatæ, erit maior parabole ad minorẽ, vt cubus ex dimidia lineę maioris ad cubum ex dimidia minoris.



In parabole ABC, cuius diameter BF, duæ sint rectæ lineæ ad diametrum applicatæ AC DE. Dico parabolen ABC ad parabolen DBE eandem habere proportionem, quam cub⁹ ex AF ad cubum ex DG. Iungantur AB BC DB BE; seceturque

què AB ipsam DG in H. Quoniam enim parabole ABC sesquitertia est trianguli ABC, itidemquè parabole DBE trianguli DBE sesquitertia existit, erit parabole ABC ad triangulum ABC, vt parabole DBE ad triangulum DBE. & permutando parabole ABC ad parabolen DBE, vt triangulum ABC ad triangulum DBE. Quoniam autem AC ordinatim est applicata, vnde AF ipsi FC est æqualis, ac per consequens AF est ipsius AC dimidia. erit triangulum ABF dimidium trianguli ABC. cùm vtraquè sub eadem sint altitudine. eademquè ratione triangulum DBG trianguli DBE dimidium existit. quare vt triangulum ABF ad triangulum DBG, ita est triangulum ABC ad DBE triangulum, ac propterea triangulum ABF ad DBG triangulum est, vt parabole ABC ad parabolen DBE. Cùm autem sit HG æquidistans ipsi AF, siquidem sunt ordinatim applicatæ, ob triangulorũ similitudinem ABF HBG, ita erit FB ad BG, vt AF ad HG vt autem FB ad BG, ita quadratum ex AF ad quadratum ex DG, erit igitur quadratum ex AF ad quadratum ex DG, vt AF ad HG. quare lineę AF DG HG sunt proportionales. Producatur FB, ducaturquè à puncto D ipsi AB æquidistans DK, erit vtiquè triangulorum ABF DKG anguli ABF DHG æquales, & angulus AFB angulo DGK est æqualis, erit igitur, & reliquus BAF reliquo KDG æqualis, ac propterea triangulum ABF est triangulo DKG simile. quare triangulum ABF ad triangulum DKG eam habet proportionem, quàm AF ad DG duplicatam, hoc est quàm AF ad HG, quę est ea, quàm habet FB ad BG. atqui triangulum ABF ad DKG eam quoque habet proportionem, quam FB ad GK duplicatam. tres igitur lineę FB GK GB sunt proportionales. ex quibus sequitur ita esse FB ad GK, vt AF ad DG; & GK ad GB, vt DG ad GH. sed quoniam triangulum GDK ad GDB (cùm sint sub eadem altitudine) ita est, vt KG ad BG, si igitur fiat HG ad L, vt KG ad BG, erit triangulum GDK ad triangulum GDB, vt HG ad L. Cùm autem sit triãgulum ABF ad DKG, vt AF ad HG, estquè triangulũ DKG ad DBG, vt HG ad L, erit ex ęquali triangulum ABF ad triangulum DBG, vt AF ad L. ac propterea parabole ABC

ad

[Marginal notes: 17. 24. Arch. de qua. par. — 16. quinti. — ex prima sexti. — ex 4. sexti. — 20. primi conicorum Apoll. & ex 3. Arch. de quad. parab. — ex cor. 20. sexti. — 1. sexti. — 11. quinti.]

ad parabolen DBE eam habet proportionem, quam linea AF ad lineam L. Quoniam autem ita est KG ad GB, vt HG ad L, & vt eadem KG ad GB, ita est DG ad GH. vt verò DG ad GH, ita est AF ad DG; erunt quatuor lineæ AF DG HG L in continua proportione. & quoniam cubi in tripla sunt proportione laterum, erit cubus ex AF ad cubum ex DG, vt AF ad L. cubus ergo ex AF ad cubum ex DG eam habet proportionem, quam parabole ABC ad parabolen DBE. quod demonstrare oportebat.

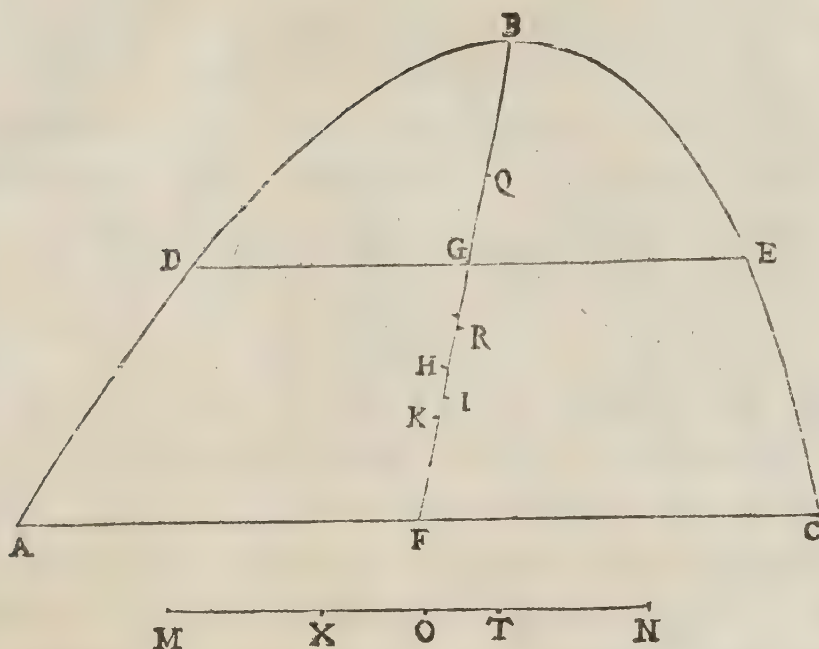
Oportet autem hanc quoquè propositionẽ nobis esse cognitam, nempè quòd solida parallelepipeda in eadem basi constituta eam inter se proportionem habent, quam ipsarum altitudines.

Hoc quidem à Federico Commandino in eius libro de centro grauitatis solidorum propositione decimanona demonstratum fuit.

PROPOSITIO. X.

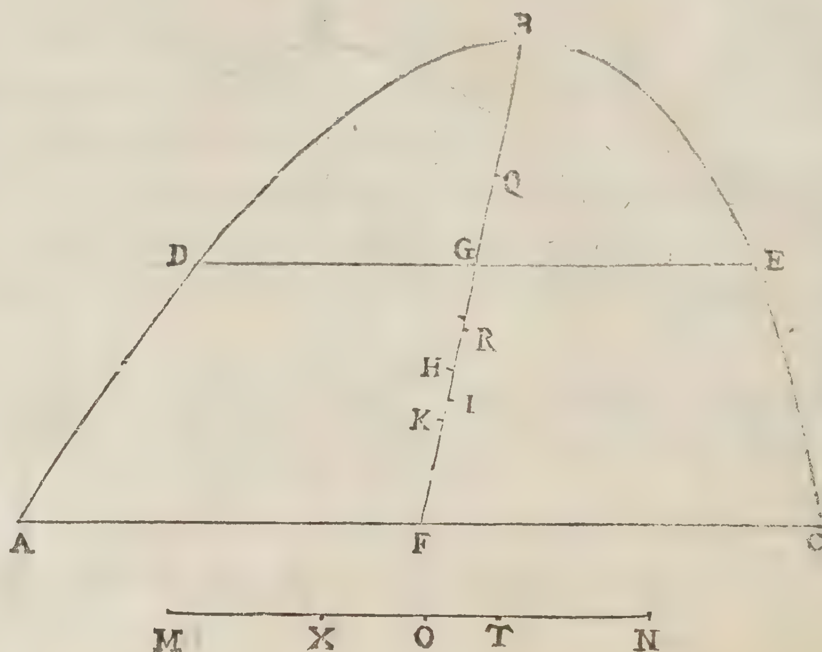
Omnis frusti à rectanguli coni portione abscissi centrum grauitatis est in recta linea, quæ frusti diameter existit, ita positum, vt diuisa linea in quinque partes æquales, sit in quinta parte media; ita vt ipsius portio propinquior minori basi frusti ad reliquam portionem eandem habeat proportionem, quam habet solidum basim habens quadratum ex dimidia maioris basis frusti, altitudinem autem lineam æqualem vtrique simul duplæ minoris basis, & maiori ad solidum basim habens quadratum ex dimidia minoris basis frusti, altitudinẽ autem lineam æqualem vtrique duplæ maioris, & minori.

Sit



Sit in rectanguli coni portione ABC *duæ rectæ lineæ AC DE* æquidistantes. *diameter verò portionis ABC sit BF.* Intelligaturquè frustum ADEC à portione ABC abscissum. omnes vtique lineæ ipsis AC DE æquidistantes in frusto ADEC ductæ, erunt à linea GF bifariam diuisæ, ex quo *patet quidem & ipsius ADEC diametrum esse GF, lineasquè AC DE lineæ portionem in B contingenti æquidistantes esse. Recta verò linea FG in quinque partes æquales diuisa, quinta pars media sit HK. atque* diuidatur HK in I, ita vt *HI ad IK eandem habeat proportionem, quam habet solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam æqualem vtrisque simul duplæ ipsius DG, & ipsi AF, ad solidum, quod basim habeat quadratum ex DG, altitudinem autem lineam æqua*

1 Arch de quad. parab. & 5. secũdi conicorum Apoll.



lem vtrisque duplæ ipsius AF, & ipsi DG. ostendendum est frusti ADEC centrum grauitatis esse punctum I.
13. *sexti.* *sit quidem ipsi FB æqualis MN, ipsi verò GB æqualis NO. sumaturque ipsarum MN NO media proportionalis NX. quarta verò proportionalis TN.* lineæ nimirum MN NX NO NT in continua erunt proportione. *& vt TM ad TN, ita* fiat *FH ad quandam lineam à puncto I, vt IR, vbicunque perueniat alterum punctum* R. *nihil enim refert, siue inter FG, siue inter GB cadat. & quoniam in portione rectanguli coni* ABC *diameter portionis est FB; at verò BF, vel principalis est diameter portionis, vel ducta diametro æquidistans. lineæ verò AF DG ad ipsam ordinatim sunt applicatæ, cùm sint æquidistantes contingenti portionem*

in pun-

in puncto B. si autem hoc, est vt AF ad DG potentia, sic FB ad BG longitudine, hoc est MN ad NO. vt autem MN ad NO longitudine, ita est MN ad Nx potentia. quandoquidem tres lineæ MN NX NO sunt proportionales. *vt igitur AF ad DG potentia, ita est MN ad NX potentia. quare, & longitudine in eadem sunt proportione*; vt scilicet AF ad DG, ita MN ad NX. *sicut itaque cubus ex AF ad cubum ex DG, ita cubus ex MN ad cubum ex NX. Verùm vt cubus ex AF ad cubum ex DG, sic portio ABC ad portionem DBE.* vt igitur cubus ex MN ad cubum ex NX, ita portio ABC ad portionem DBE. *sicut autem cubus ex MN ad cubum ex Nx, ita MN ad NT.* cùm sint quatuor lineæ MN NX NO NT in continua proportione. ac propterea erit portio ABC ad portionem DBE, vt MN ad NT. *Quare & diuidendo frustum ADEC ad portionem DBE est, vt MT ad NT.* Quia verò, vt factum fuit, ita est MT ad TN, vt FH ad IR, est verò FH ipsius FG tresquintæ, erit frustum ADEC ad portionem DBE, vt FH ad IR *hoc est tres quintæ ipsius GF ad IR. & quoniam solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius DG, & ipsa AF, ad cubum ex AF proportionem habet*, quam solidi altitudo ad altitudinem cubi, siquidem sunt in eadem basi. tàm enim solidum, quàm cubus basim habet quadratum ex AF. idcirco solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius DG, & ipsa AF, ad cubum ex AF eam proportionem habebit, *quam* solidi altitudo, *dupla*, scilicet *ipsius DG cum linea AF* ad altitudinem cubi, hoc est *ad FA.* At verò quoniam ostensum est ita esse AF ad DG, vt MN ad NX, erit conuertendo DG ad AF, vt NX ad MN, & antecedentium dupla, hoc est dupla ipsius DG ad AF, vt dupla ipsius NX ad MN. & componendo dupla ipsius DG cum AF ad AF, vt dupla ipsius NX cum MN ad MN. *Quare & vt* solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius DG cum AF ad cubum ex AF, ita *dupla ipsius NX cum linea NM ad NM. est autem* cubus ex AF ad cubum ex DG, vt cubus ex MN ad cubum ex NX, vt ostensum est,

3. Arch. de quad. parab. & 20. primi conicorum Apoll.

2. cor. 20. sexti.

22. sexti.

37. vndecimi.

17. quinti.

18. quinti.

cubus verò ex MN ad cubum ex NX est, vt MN ad NT; erit *& vt cubus ex AF ad cubum ex DG, ita MN ad NT. sicut autem cubus ex DG ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius AF, cum linea DG*, ita altitudo cubi ad altitudinem solidi, cum sint in eadem basi, quadrato nempè ex DG. erit igitur vt cubus ex DG ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius AF cum linea DG, *ita* cubi altitudo *DG ad* altitudinem solidi, ad lineam scilicet *compositam ex dupla ipsius AF, & linea DG*. Quoniam autem ita est AF ad DG, vt MN ad NX, vt verò MN ad NX, ita NO ad NT. cùm sint MN NX NO NT in continua proportio-
11.quinti. ne, erit AF ad DG, vt NO ad NT. & antecedentium dupla,

hoc

hoc est, dupla ipsius AF ad DG, vt dupla ipsius NO ad NT, & componendo, dupla ipsius AF cum DG ad DG, vt dupla ipsius NO cum NT ad NT. & conuertendo DG ad duplam ipsius AF cum DG, vt NT ad duplam ipsius NO cum NT. *Quare & vt* se habet cubus ex DG ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò compositam ex dupla ipsius AF cum DG, ita est *TN ad compositam ex dupla ipsius ON, & linea TN.* Itaque ex ijs, quæ dicta sunt, ita se habet solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius DG, & linea AF ad cubum ex AF, vt dupla ipsius NX cum NM ad MN, cubus verò ex AF ad cubum ex DG est, vt MN ad NT; ita deinde se habet cubus ex DG ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius AF, & ipsa DG, vt NT ad compositam ex dupla ipsius NO, & ipsa NT. *Sunt igitur quatuor magnitudines solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius DG, & linea AF, & cubus ex AF, & cubus ex DG, & solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius AF, & ipsa DG, quatuor magnitudinibus proportionales, duabus simul sumptis lineæ compositæ ex dupla ipsius Nx, & ipsa NM; & alteri magnitudini MN; aliique deinceps NT, ac tandem lineæ compositæ ex dupla ipsius NO, & ipsa NT. ex æquali igitur erit, vt solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem autem lineam compositam ex dupla ipsius DG, & ipsa AF, ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius AF, & ipsa DG, ita composita ex dupla ipsius Nx, & ipsa MN ad compositam ex dupla ipsius NO, & ipsa NT. sed vt præfatum solidum* basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam compositam ex dupla ipsius DG, & ipsa AF *ad dictum solidum* basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò compositam ex dupla ipsius AF & ipsa DG, *ita* factum fuit *HI ad IK. vt igitur HI ad IK, sic*

18.quinti. cor.4.quinti. 22.quinti. 11.quinti.

composita ex dupla ipsius NX cum MN *ad compositam* ex dupla
18.quinti. ipsius NO cum NT. *quare & componendo* HK ad KI, vt dupla ipsius NX cum MN, & dupla ipsius NO cum NT ad compositam ex dupla ipsius NO cum NT, quia verò in hoc antecedenti semel sumitur MN, & semel NT, bis verò NX, & bis NO, erit HK ad KI, vt vtraque simul MN NT, & dupla vtriusque simul NX NO ad duplam ipsius NO, & ipsam NT. *& antecedentium quintupla.* quintupla verò antecedentis HK est FG, quintupla verò alterius antecedentis MN NT, & duplæ vtriusque simul NX NO est quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO. decupla enim est quintupla duplæ. *est igitur FG ad IK, vt quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO ad duplam ipsius ON, & ipsam NT. & vt FG ad FK, quæ est duæ quintæ ipsius* FG, *ita quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO ad duplam vtriusque simul MN NT,*

& qua-

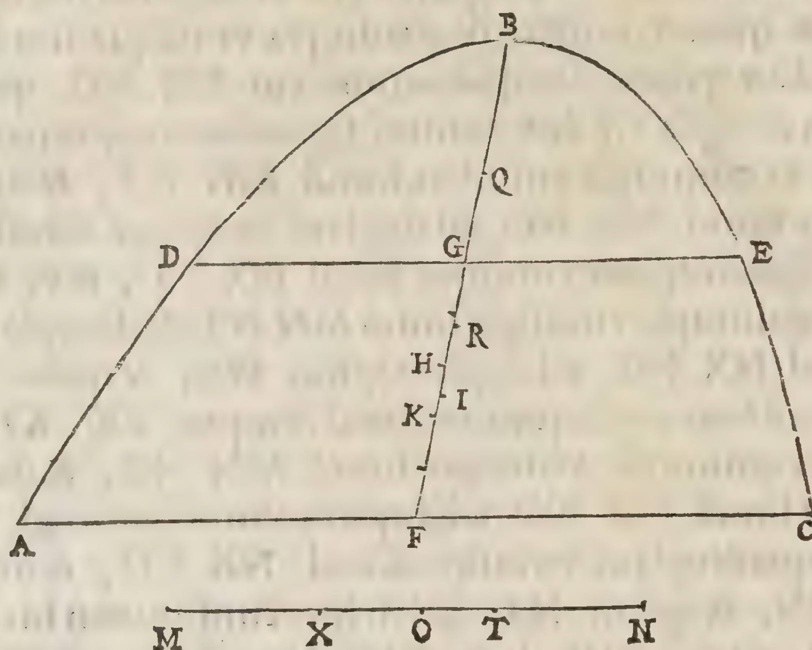
& quadruplam vtriusque simul NX NO. cùm hoc quidem consequens sit duæ quintæ ipsius antecedentis. etenim dupla vtriusque simul MN NT quintuplæ earumdem simul MN NT duæ quintæ existit. & quadrupla vtriusque simul NX NO est duæ quintæ decuplæ earumdem NX NO. quadrupla enim decuplæ est duæ quintæ. Quoniam itaque ita est FG ad FK, vt quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO ad duplam vtriusque simul MN NT, & quadruplam vtriusque simul NX NO, & vt FG ad KI, ita quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO ad duplam ipsius ON, & ipsam NT: erit FG ad suas consequentes simul sumptas FK KI, hoc est FI, vt quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO ad duplam vtriusque simul MN NT, & quadruplam vtriusque simul NX NO, & duplam ipsius ON, & ipsam NT. sed in hoc consequenti bis sumitur MN, quater NX, sexies NO, & ter NT. *erit igitur vt FG ad FI, ita quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul NX NO ad compositam ex dupla ipsius MN, & quadrupla ipsius NX, & sextupla ipsius NO, & tripla ipsius NT*. & conuertendo FI ad FG, vt composita ex dupla ipsius MN, & quadrupla ipsius NX, & sextupla ipsius NO, & tripla ipsius NT ad quintuplam vtriusque simul MN NT, & decuplam vtriusque simul NX NO. *Quoniam itaque quatuor rectæ lineæ MN NX NO NT sunt continuè proportionales*. factaque fuit MN æqualis ipsi FB, & NO ipsi GB; erit reliqua OM ipsi FG æqualis. & vt TM ad TN ita factum fuit FH, hoc est tres quintæ ipsius FG, tres scilicet quintæ ipsius MO ad IR. quare & conuertendo *vt NT ad TM, ita quædam assumpta linea NI ad tres quintas ipsius FG, hoc est ipsius MO. vt autem composita ex dupla ipsius NM, & quadrupla ipsius Nx, & sextupla ipsius NO & tripla ipsius NT ad lineam compositam ex quintupla vtriusque simul MN NT, & decupla vtriusque simul XN NO, sic altera quædam assumpta linea IF ad FG, hoc est ad MO, erit ex superioribus RF duæ quintæ ipsius MN, hoc est ipsius FB*. ac propterea reliqua RB erit tres quintæ ipsius FB. & ob id BR ad RF est, vt tria ad duo. *Quare punctum R centrum est grauitatis portionis ABC. sit*

cor. 2. lemm. 13. primi huius.

cor. 4. quinti.

ex præcedenti. 8. huius.

quidem



quidem portionis DBE centrum grauitatis punctum Q frusti AD
8.prim.huius. *EC centrum grauitatis erit in linea QR* producta, *quæ* quidem QR
ad ipsam productam *eandem habeat proportionem, quam habet frustum*
ADEC *ad reliquam portionem* DBE. *est autem punctum I. nam*
cùm sit tota FB ad totam BR, vt ablata BG ad ablatam
19.quinti. BQ, sunt enim vt quinque ad tria, erit & reliqua FG ad reliquam QR, vt FB ad BR. itaque *quoniam tres quintæ ipsius FB*
linea est BR; ipsius verò GB tres quintæ linea est BQ. & reliquæ
igitur GF est tres quintæ QR. quoniam igitur est, vt frustum AD
EC ad portionem DBE, ita MT ad NT, vt ostensum fuit; *sed vt*
MN ad NT, sic factum fuit FH ad IR, hoc est *tres quintæ ipsius*
GF; quæ est QR ad RI. erit igitur vt frustum ADEC ad portionem
DBE, ita QR ad RI. & est quidem totius portionis ABC *centrum*
grauitatis punctum R; ipsius verò DBE centrum grauitatis punctum
8.prim.huius. *Q; manifestum est igitur frusti ADEC centrum grauitatis esse punctũ I.* quod quidẽ est in quinta parte media HK ipsius FG ab

eo ita diuisa, vt HI ad IK sit, vt solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem autem duplam ipsius DG cum AF ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò duplam ipsius AF cũ DG. quod demonstrare oportebat.

SCHOLIVM.

In hoc Theoremate primùm obseruanda occurrunt verba propositionis, quibus Archimedes pręcipit portionem HK in I ita diuisam esse oportere, vt HI ad IK eam habeat proportionem, quam habet solidum basim habens quadratum ex dimidia maioris basis frusti, altitudinem autem lineam æqualem vtrique simul duplæ minoris basis, & maiori ad solidum basim habens quadratum ex dimidia minoris basis frusti, altitudinem autem lineam æqualem vtrisque, duplæ scilicet basis maioris, & minori. hoc est sit HI ad IK, vt solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam æqualem duplæ ipsius DE cum AC ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam æqualem vtriq; simul duplæ ipsius AC, & ipsi DE. In constructione autem hunc propositionis locum explicans, & in pergressu totius demõstrationis, inquit HI ad IK eã debere proportionem habere, quam habet solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò lineam æqualem vtriq; simul duplæ ipsius DG, & ipsi AF ad solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò lineam æqualem vtrique simul duplæ ipsius AF, & DG. Quoniam autem solida parallelepipeda (vt præfata solida sunt) in eadem basi existentia ita se habent inter se, vt eorum altitudines; solidum, quod basim habet quadratum ex AF, altitudinem autem duplam ipsius DE cum AC, duplum erit solidi basim habentis quadratum ex AF, altitudinem verò duplam ipsius DG cum AF. Nam hæc solida eandem habent basim, quadratum nempè ex AF; ipsorumquè alterum habet altitudinem duplam. quia cùm sit DE dupla ipsius DG, erit dupla ipsius DE dupla ipsius duplæ DG;

& AC

& AC dupla est ipsius AF. altitudines igitur horum solidorũ in dupla sunt proportione. hoc est altitudo, linea scilicet dupla ipsius DE cum AC altitudinis nempè lineæ duplæ ipsius DG cum AF dupla existit. Quare solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò duplam ipsius DE cum AC duplum est solidi, quod basim habeat idem quadratum ex AF, altitudinem verò duplam ipsius DG cum AF. eademquè ratione ostendetur solidũ basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò duplam ipsius AC cum DE duplum esse solidi basim habentis quadratum ex eadem DG, altitudinem autem duplam ipsius AF cum DG. solidum igitur basim habens quadratum ex AF, altitudinem autem duplam ipsius DE cum AC ad solidum quadratum habens basim ex AF, altitudinem verò duplam ipsius DG cum AF eam habet proportionem, quam habet solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò duplam ipsius AC cum AE ad solidum basim habẽs quadratum ex DG, altitudinem verò duplam ipsius AF cum DG.
16.quinti. quare permutando primũ solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem verò duplam ipsius DE cum AC ad secundum solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem autem duplam ipsius AC cum DE eandem habet proportionem, quam habet tertium solidum basim habens quadratum ex AF, altitudinem autem duplam ipsius DG cum AF ad quartum solidum basim habens quadratum ex DG, altitudinem verò duplam ipsius AF cum DG. Quapropter Archimedes loco primi, & secundi solidi in propositione propositi rectè potuit in demonstratione accipere tertium, & quartum solidum. eodem enim modo, & in eadem proportione linea HK in puncto I diuisa prouenit: quod quidem punctum frusti ACED centrum grauitatis existit.

Secundi libri Finis.